

Einführung in die Numerik

Sommersemester 2019

11. Übung

Aufgabe 1 (6 Punkte). Gegeben sei die Funktion $f(x) = \sin(\frac{\pi}{18}x)$ im Intervall $[a, b] = [-\sqrt{12}, \sqrt{12}]$.

- (a) Zeigen Sie, dass $\bar{p} = \frac{1}{6}x$ das Interpolationspolynom zu f und dem Stützstellenvektor $t = (-3, 0, 3)$ ist.
- (b) Stellen Sie die Vandermonde-Matrix

$$V \in \mathbb{R}^{3 \times 3} \quad \text{mit} \quad v_{i,j} = t_i^{j-1}, \quad i, j = 1, 2, 3$$

zum Stützstellenvektor t auf, und berechnen Sie deren LR-Zerlegung. Bestimmen Sie die Lösung des linearen Gleichungssystems $Vx = b$ mit $b = \frac{1}{2}(-1, 0, 1)$.

Aufgabe 2 (4 Punkte). Gegeben sei die Funktion $y(t) = 2e^{-t/2} \cos(\pi t)$. Berechnen Sie das Interpolationspolynom vom Grad 2 im Intervall $[0, 2]$ zu den Stützstellen $(t_0, t_1, t_2) = (0, 1, 2)$. Geben Sie das Polynom sowohl in Lagrange als auch in Monom-Darstellung an.

Aufgabe 3 (3 Punkte). Berechnen Sie zu den Stützstellen $x_j = j$ für $j = 0, \dots, 4$ mit den zugehörigen Funktionswerten $y_0 = 4, y_1 = 1, y_2 = 2, y_3 = 1, y_4 = -8$ das Interpolationspolynom in Newtonscher Darstellung.

Aufgabe 4 (3 Punkte). Gegeben sind die Stützstellen $x_0 = -1, x_1 = 0, x_2 = 1$, mit den Vielfachheiten $m_0 = 1, m_1 = 2, m_2 = 1$. Bestimmen Sie das Hermitesche Interpolationspolynom dritten Grades an die Funktion $f(x) = \frac{1}{1+x^2}$. Verwenden Sie die Formeln zur Newton-Interpolation mit der doppelten Stützstelle x_1 .

(Die Aufgaben sind am 27. Juni 2019 in der Übung abzugeben.)