

Einführung in die Numerik

Sommersemester 2019

2. Übung

Aufgabe 1 (4 Punkte). Berechnen Sie die folgenden Funktionswerte unter Benutzung der Gleitkomma-Darstellung. Jede reelle Zahl a werde dabei in der Form $a \approx b \cdot 10^c$ dargestellt, wobei $b \in (-1, 1)$ ist, b sechs Dezimalstellen nach dem Komma habe und $c \in \mathbb{Z}$ ist. Man forme die Funktionen äquivalent um, so dass Stellenauslöschung vermieden wird. Man vergleiche die Ergebnisse mit den exakten Lösungswerten.

$$(a) \quad f(x) = \sqrt{x + \frac{1}{x}} - \sqrt{x - \frac{1}{x}}, \quad x = 10^6,$$

$$(b) \quad f(x) = \frac{1 - \cos x}{x}, \quad x = 10^{-5}.$$

Hinweis: Um die exakte Lösung zu ermitteln, können Sie Maple nutzen und den Befehl `evalf[n](expression)` verwenden. Die Funktion `evalf` wertet den Term `expression` mit `n` Stellen Genauigkeit aus.

Aufgabe 2 (4 Punkte). Mit dem Gauß-Algorithmus löse man das Gleichungssystem

$$\begin{array}{rccccrcr} 6x_1 & - & 2x_2 & + & 2x_3 & + & 4x_4 & = & 16, \\ 12x_1 & - & 8x_2 & + & 6x_3 & + & 10x_4 & = & 26, \\ 3x_1 & - & 13x_2 & + & 9x_3 & + & 3x_4 & = & -19, \\ - & 6x_1 & + & 4x_2 & + & x_3 & - & 18x_4 & = & -34. \end{array}$$

und führe anschließend die Probe durch.

Aufgabe 3 (2 Punkte). Gegeben seien die folgenden drei Zahlen

$$a := 0.23371258 \cdot 10^{-4},$$

$$b := 0.33678429 \cdot 10^2,$$

$$c := -0.33677811 \cdot 10^2$$

mit einer Mantissenlänge von $t = 8$. Berechnen Sie (ebenfalls mit Mantissenlänge $t = 8$) die folgenden Terme

$$(a + b) + c = \dots$$

$$a + (b + c) = \dots$$

und vergleichen Sie diese mit dem exakten Ergebnis.

Aufgabe 4 (2 Punkte). Es sei A die Menge der in einer Maschine darstellbaren Zahlen. Die Maschinengenauigkeit ε sei wie in der Vorlesung definiert als

$$\varepsilon = \min\{g \in A : rd(1 + g) > 1, g > 0\}.$$

Schreiben Sie einen Algorithmus der ε bestimmt und vergleichen Sie das Ergebnis in MATLAB dem Kommando `eps`.

(Die Aufgaben sind am 18. April 2019 in der Übung abzugeben.)