

## Einführung in die Numerik

Sommersemester 2019

### 5. Übung

**Aufgabe 1** (6 Punkte). Es sei  $x \in \mathbb{R}^n$ . Bestimmen Sie die optimalen Konstanten der folgenden Ungleichungen.

- (a)  $C_1 \|x\|_2 \leq \|x\|_1 \leq C_2 \|x\|_2$
- (b)  $C_3 \|x\|_\infty \leq \|x\|_1 \leq C_4 \|x\|_\infty$
- (c)  $C_5 \|x\|_\infty \leq \|x\|_2 \leq C_6 \|x\|_\infty$

**Aufgabe 2** (6 Punkte). Sei  $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ . Bestimmen Sie die optimalen Konstanten in den folgenden Ungleichungen.

- (a)  $C_1 \|A\|_2 \leq \|A\|_1 \leq C_2 \|A\|_2$
- (b)  $C_3 \|A\|_\infty \leq \|A\|_1 \leq C_4 \|A\|_\infty$
- (c)  $C_5 \|A\|_\infty \leq \|A\|_2 \leq C_6 \|A\|_\infty$

**Aufgabe 3** (4 Punkte). (a) Bestimmen Sie Konstanten  $C_1, C_2$  derart, dass

$$C_1 \kappa_1(A) \leq \kappa_\infty(A) \leq C_2 \kappa_1(A) \tag{1}$$

für beliebiges reguläres  $A$

- (b) Sind diese Konstanten optimal?

(Die Aufgaben sind am 9. Mai 2019 in der Übung abzugeben.)