

Einführung in die Numerik

Sommersemester 2019

Zusatz

Aufgabe 1. Berechnen Sie das Integral

$$\int_1^{10} \ln x,$$

mit der

- (a) Trapezregel.
- (b) Simpsonregel.
- (c) 3/8-Regel.(n=10)

Aufgabe 2. Von einer Quadraturformel

$$I(f) \approx \hat{I}(f) := (b-a) \sum_{k=0}^4 w_k f(z_k)$$

zum Intervall $[a, b] = [-1, 1]$ ist bekannt, dass $z_0 = -1$ und $w_0 = 1/16$. Bestimmen Sie z_1, z_2, z_3, z_4 sowie w_1, w_2, w_3, w_4 derart, dass die resultierende Quadraturformel symmetrisch und der Grad der Polynome welche exakt integriert werden möglichst hoch ist.

Aufgabe 3. Von einer Quadraturformel

$$I(f) \approx (b-a) \sum_{k=0}^4 \sigma_k f(x_k)$$

zum Intervall $[a, b] = [0, 4]$ ist bekannt, dass $x_0 = 0$ und $\sigma_0 = 1/8$. Bestimmen Sie x_1, x_2, x_3, x_4 sowie $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3, \sigma_4$ derart, dass die resultierende Quadraturformel symmetrisch und der Grad der Polynome welche exakt integriert werden möglichst hoch ist. Warum hat die Quadraturformel nicht den gleichen Exaktheitsgrad wie die Formel aus der vorhergehenden Aufgabe?

(Die Aufgabe ist am 04. Juli 2019 vorzustellen.)