Strategien zum Lesen mathematischer Texte lernen: Konzeption einer Erstsemestervorlesung und Evaluation

Stefanie Rach[1], Silke Neuhaus-Eckhardt[2], Petra Schwer[1]

[1]OvGU Magdeburg

[2]Julius-Maximilians-Universität Würzburg

Zusammenfassung

Die Studieneingangsphase in einem Mathematikstudium ist für Studierende mit vielen Herausforderungen verbunden, z. B. selbstständig aus mathematischen Texten zu lernen. Mathematische Texte im Mathematikstudium unterscheiden sich von Texten in der Schule dadurch, dass diese aus Definitionen, mathematischen Aussagen und Beweisen bestehen, für die Studierende Verständnis aufbauen müssen. Dieses Verständnis zu fördern und zu lernen, wie man aus/mit Texten lernt, steht in der Konzeption der Mathematikveranstaltung im Vordergrund, die wir in diesem Beitrag vorstellen. Diese Veranstaltung basiert auf einem Flipped-Classroom-Ansatz. Anhand einer Befragung von 18 Studierenden, die wir zu drei Zeitpunkten im Semester zu Verständnisschwierigkeiten und besonderen Lernsituationen, die in Verbindung mit Freude oder keiner Freude stehen, durchgeführt haben, diskutieren wir Gelingensbedingungen für dieses Konzept. Als wichtige Gelingensbedingungen stellen sich die Möglichkeiten des Monitorings und des Autonomieempfindens seitens der Studierenden heraus.

Schlüsselwörter

Leseverständnis; Lesestrategien; Flipped-Classroom; Mathematik; Freude

Strategies for learning to read mathematical texts: concept and evaluation of a first-semester course

Abstract

Getting started at university is challenging for many students. One challenge is to learn from mathematical texts because mathematical texts differ from other texts. They contain definitions, theorems, and proofs which students have to understand. We present a first-semester course based on a flipped-classroom design, in which we focused on teaching how to learn from written mathematical texts. At three different time points in the semester, we asked 18 students which difficulties they had when reading and understanding mathematical texts and which learning situations they relate to enjoyment or no enjoyment. Situations in which the students can monitor their own learning process and feel autonomous seems to be important for a successful learning process.

Keywords

Reading comprehension; Reading strategies; Flipped-Classroom; mathematics; enjoyment

1 Motivation

Insbesondere in der Studieneingangsphase brechen viele Studierende ihr selbst gewähltes Mathematikstudium wieder ab (Dieter, 2012). In dieser Phase lernen die Studierenden eine andere Art von Mathematik, die akademische Mathematik, kennen, die sich von der Mathematik in der Schule substanziell unterscheidet. Die akademische Mathematik besteht aus Definitionen, mathematischen Aussagen und Beweisen, die häufig in einem sogenannten definition-theorem-proof-Schema angeordnet sind (Dreyfus, 1991). Zudem gewinnen Aspekte der Selbstregulation im Selbststudium an Bedeutung und gerade das eigenständige Lesen mathematischer Texte rückt in der Studieneingangsphase in den Vordergrund.

Um die Studierenden an diese neue Art des Lernens dieser neuen Art von Mathematik heranzuführen, haben wir eine Lehrveranstaltung konzipiert, die diesen Herausforderungen Rechnung trägt. Aufgrund der COVID-19-Pandemie spielen in diesem Konzept auch Aspekte von hybrider Lehre eine wichtige Rolle. Der Grundgedanke des Konzeptes ist, die Studierenden sukzessive an das eigenständige Lesen mathematischer Texte heranzuführen und sie gezielt darin zu schulen. Dafür wurde eine Anleitung zum Lesen mathematischer Texte entwickelt und diese explizit in der Veranstaltung thematisiert. Nach dem Cognitive-Apprenticeship-Ansatz (Collins et al., 1989) wird die durch die Lehrperson angebotene Unterstützung, um mathematische Texte zu verstehen, verringert und die Studierenden sollen zum Ende der Veranstaltung in der Lage sein, sich selbstständig anhand von Lehrbuchtexten mathematische Inhalte zu erschließen.

Da Studierenden vor allem Leistungs- und Motivationsprobleme für einen Studienabbruch in einem Mathematikstudiengang berichten (Geisler, 2020), haben wir zur Weiterentwicklung dieses Konzepts sowohl kognitive als auch auf motivationale Aspekte der Studierenden miteinbezogen. Konkret haben wir 18 Studierende zu drei Zeitpunkten während des Semesters befragt, um herauszufinden, welche Verständnisschwierigkeiten sie berichten und welche Lernsituationen sie mit dem Auftreten oder dem Ausbleiben von Freude in Verbindung bringen. Aus den Antworten können wir sowohl Gelingensbedingungen für dieses Konzept ableiten als auch die Herausforderungen für Mathematikstudierende in der Studieneingangsphase konkretisieren.

In dieser Studie fokussieren wir eine Lehrveranstaltung für Studierende im Fach Mathematik, wobei die Ergebnisse unserer Ansicht nach auch auf Studiengänge mit substanziellem Mathematikanteil, wie zum Beispiel INT (Ingenieurwissenschaften, Naturwissenschaften, Technik) -Studiengänge, übertragbar sind – nach der MaLeMINT-Studie (Neumann et al., 2017) gibt es viele Studierende, die Mathematikveranstaltung zu Studienbeginn besuchen und substanzielle Schwierigkeiten berichten. Im ersten Teil des Beitrages stehen die Herausforderungen der Studieneingangsphase und wissenschaftliche Erkenntnisse zum Textverständnis und zur Bedeutung von Freude in Lernsituationen im Vordergrund. Aufbauend auf diesen Erkenntnissen wird das Konzept der Lehrveranstaltung zur Linearen Algebra vorgestellt. Daran anschließend wird die Evaluation dieses Konzeptes präsentiert, welches sich auf mehreren Studierendenbefragungen im ersten Semester stützt. Den Abschluss bildet eine Diskussion, in der anhand der Evaluationsergebnisse Ideen zur Weiterentwicklung des Konzeptes auch für andere Studiengänge diskutiert werden.

2 Forschungsstand

2.1 Besonderheiten eines Mathematikstudiums in der Studieneingangsphase

Beim Übergang von der Schule zur Hochschule wird in allen Studiengängen das angeleitete Lernen von einem stärker selbstregulierten Lernen abgelöst (Wild, 2005). Dieses selbstregulierte Lernen steht in einem Mathematikstudium vor allem dann im Vordergrund, wenn anspruchsvolle, mathematische Aufgaben im Selbststudium gelöst und, wie in vielen Universitäten üblich, wöchentlich

Aufgabenbearbeitungen abgegeben werden müssen, um zur Abschlussprüfung zugelassen zu werden (Liebendörfer & Göller, 2016). Die mathematischen Inhalte werden den Studierenden in Vorlesungen präsentiert, wobei in vielen Fällen die Inhalte an einer Tafel notiert werden und dabei ein eher produkt- statt prozessorientiertes Vorgehen verwendet wird (Weber, 2004). Die wöchentlichen Aufgaben werden in kleinen Übungsgruppen vor- und nachbereitet. Elemente der Mathematiklehre sind somit auch in der Studieneingangsphase vor allem Vorlesungen, Übungen, Übungsaufgaben und das Selbststudium.
Neben der Änderung der Struktur der Lerngelegenheiten ändert sich auch der Lerngegenstand selbst. Zwar geht es jeweils um „Mathematik", jedoch muss zwischen Schulmathematik und akademischer Mathematik unterschieden werden (Dörfler & McLone, 1986). Nach dem intendierten Schulcurriculum soll Schüler*innen ermöglicht werden, Mathematik zur Umwelterschließung zu verwenden, Mathematik als deduktiv geordnete Welt kennenzulernen und Problemlösefähigkeiten zu erwerben (vgl. Winter, 1995). Schaut man sich das implementierte Curriculum jedoch genauer an, dann überwiegen eher Aufgaben, die mit schematischen Berechnungen durchführbar sind und wenig kognitiv anspruchsvolle Prozesse, wie z. B. induktives oder deduktives Argumentieren, beinhalten (Grünkorn et al., 2020; Jordan et al., 2008). Die akademische Mathematik dagegen fokussiert Mathematik als eigenständige, deduktiv aufgebaute Theorie, in der formale Definitionen mathematischer Begriffe und mathematische Aussagen über diese Begriffe, die mit Hilfe von Beweisen validiert werden, die Hauptbestandteile bilden (Rach et al., 2014; Engelbrecht, 2010; Gueudet, 2008).

2.2 Lesen mathematischer Texte

Ein wichtiger Baustein des selbstregulierten Lernens im Mathematikstudium ist das Lesen und Verstehen mathematischer Texte zur Bearbeitung von Übungsaufgaben oder der Prüfungsvorbereitung, wie z. B. eigene Vorlesungsmitschriften, vorgegebene Skripte, Lehrbücher oder weitere Literaturquellen, wie Foreneinträge im Internet, (z. B. Mejia-Ramos et al., 2012). Gerade zu Studienbeginn lesen Studierende häufig mehr, als sie eigenständig schreiben (Selden & Selden, 1995).
Es ist bekannt, dass einige Studierende mathematische Texte nicht hilfreich in ihren Lernprozess einbinden können (Beweise: Weber et al., 2008; Weber & Mejia-Ramos, 2014; mathematische Texte allgemein: Shepherd et al., 2009, 2012). Ursache dafür könnten Unterschiede zwischen dem Leseverhalten forschender Mathematiker*innen und dem von Studierenden sein. Beispielsweise bilden Expert*innen sowie leistungsstarke Studierende eher eigenständig Beispiele sowie Visualisierungen und zeigen insgesamt ein höheres Engagement, um den Text zu verstehen (z. B. Shepherd & van de Sande, 2014; Weber, 2015). Leistungsschwache Studierende nehmen dagegen an, dass sie erstens einen Beweis innerhalb kurzer Zeit verstanden haben müssen und zweitens, dass der Autor bzw. die Autorin Visualisierungen oder Beispiele vorgegeben hätte, wenn diese hilfreich für das Verständnis wären (Weber et al., 2008).
Eine Möglichkeit, Studierende beim Lesen und Verstehen mathematischer Texte zu unterstützen, ist, die von Expert*innen genutzten Lesestrategien an Studierende weiterzugeben. Beispiele solcher Lesestrategien für (mathematische) Texte sind das Querlesen mit Benennung zentraler Begriffe und Konzepte sowie das Identifizieren von schwierigen und unklaren Punkten. Eine weitere Lesestrategie insbesondere für Beweise ist das Nachvollziehen aller involvierten Argumente und Beweisschritte anhand eines Beispiels sowie der Vergleich mit Nicht-Beispielen. Weiter kann es hilfreich sein, den gelesenen Text mit bereits bekanntem Wissen zu verknüpfen und sich zu fragen, welche mathematischen Objekte, Ideen oder Beweistechniken bereits aus einem anderen Kontext bekannt sind (vgl. z. B. Shepherd & van de Sande, 2014, Weber, 2015). Allerdings ist bisher nur selten untersucht worden, inwiefern diese Strategien auch hilfreich von Noviz*innen genutzt werden können (für Beweise z. B. Bauer, 2021). Es ist ebenfalls wichtig zu ermitteln, welche konkreten Schwierigkeiten Studierende beim Lesen mathematischer Texte besitzen, um passende Strategien auszuwählen (Hodds et al., 2014; Samkoff & Weber, 2015).

Durch die COVID-19-Situation in den letzten Jahren ist wesentlich mehr eigenständiges Lernen der Studierenden nötig, weil z. B., statt Vorlesungen zu besuchen, Videoaufnahmen der Inhalte anzusehen sind (Bender, 2021) oder Texte eigenständig erarbeitet werden müssen. Gerade in Flipped-Classroom-Konzepten ist es wichtig, dass die Studierenden sich selbst Verständnisfragen stellen und diese dann auch bei Bedarf an die Dozierenden weitergeben – diese Fähigkeit wird als wichtige (metakognitive) Lernstrategie angesehen (Brohsonn et al., 2021; Göller, 2020). Nur so kann Unklares besprochen und Unterstützungsmaßnahmen implementiert werden. Dieses Stellen von Verständnisfragen soll in diesem Vorlesungskonzept explizit thematisiert sowie gelehrt werden und nicht nebenbei als implizite Fähigkeit erworben werden.

2.3 Bedeutung von fachspezifischem Interesse in Lernprozessen

Motivationale Merkmale, z. B. fachspezifisches Interesse, sind aus vielerlei Perspektiven für mathematische Lernprozesse bedeutend: Es zeigen sich Zusammenhänge zwischen Interesse und Leistung (Schiefele et al., 1993) und auch Interesse selbst ist ein wichtiges Erfolgsmaß von Lernprozessen und hängt im Hochschulkontext zudem stark mit der Studienzufriedenheit zusammen (Kosiol et al., 2019; Geisler, 2020). Interesse definieren wir im Kontext der vorliegenden Studie als eine spezielle Person-Gegenstandsbeziehung, deren Gegenstand die akademische Mathematik ist und die durch eine emotionsbezogene Komponente – Freude wird mit dem Gegenstand assoziiert – und eine wertbezogene Komponente – der Gegenstand wird als wichtig angesehen – geprägt ist (vgl. Krapp, 2002). Individuelles Interesse wird als trait[1] konzeptualisiert, dessen Entwicklung und Veränderung langfristig erfolgt. Im Gegensatz zum individuellen Interesse wird das situationale Interesse als state konkretisiert.

In diesem Beitrag geht es darum, situative Faktoren im Lernprozess zu identifizieren, die mit dem Aufbau oder Rückgang von Interesse zusammenhängen. Dass entsprechende Faktoren nicht nur die Entwicklung von Interesse fördern, sondern auch die Studierendenleistung positiv beeinflussen können, zeigt die Meta-Analyse von Schneider und Preckel (2017). Das Merkmal „the teacher’s stimulation of the students’ interest“ hat nach Analysen dieser Autoren einen mittleren bis großen Effekt auf die gezeigte Leistung von Studierenden. Aus diesem Grund sollte ein Lehrkonzept Möglichkeiten beinhalten, dass Studierende Interesse entwickeln.

Eine Theorie, um situative Faktoren im Lernprozess zu identifizieren, die zur Entstehung von (De)Motivation und damit auch von Interesse beitragen, ist die Selbstbestimmungstheorie nach Deci und Ryan (2002). Diese Theorie propagiert unter anderen drei basic needs (deutsch: psychologische Grundbedürfnisse), die für ein selbstbestimmtes Lernen notwendig sind: Kompetenz- und Autonomieerleben sowie Erleben von sozialer Eingebundenheit. Empirische Studien zeigen, dass das Erleben der basic needs mit situationalem Interesse zusammenhängt (Rach, 2020; Ferdinand, 2014; Liebendörfer, 2018; Willems, 2011). Im Gegensatz zu den Arbeiten von Ferdinand oder Willems ist die Arbeit von Liebendörfer (2018) nicht im Schul-, sondern im Hochschulkontext angesiedelt und identifiziert konkrete Gründe für das Entstehen von Freude oder Frust bei Studierenden. Wir betrachten diese Arbeit daher genauer. Liebendörfer stellte eine Verbindung zwischen der Entstehung von Motivation und den drei basic needs her. Autonomieerleben unterschied Liebendörfer (2018) in „Passung von Handlung zu den persönlichen Werten und Zielen“ und „Selbst wahrgenommener Ort der Handlungsverursachung“. Aus Interviews mit Studierenden aus den Studiengängen Mathematik, Physik und Lehramt Mathematik im ersten Studienjahres hat er viele Kompetenzbefriedigungen und -frustrationen identifiziert, die vor allem Übungsaufgaben und Vorlesungsinhalten und weniger den Klausuren zugeordnet werden konnten. Autonomiebefriedigung betraf zum Beispiel Wertschätzungen

[1] Trait – überdauerndes Merkmal, relativ schwierig zu ändern; state – von der Situation abhängiges Merkmal, leicht zu ändern.

für mathematische Inhalte oder die Lehrgestaltung sowie die Möglichkeit, eigene Gestaltungsspielräume zu haben. Unter Autonomiefrustration wurde sowohl das Lehrangebot kritisiert, z. B. das Vorlesungstempo sei zu hoch, als auch der Leistungsdruck angesprochen. Soziale Eingebundenheit wurde in den Interviews weniger als die anderen beiden basic needs genannt, wobei aber gemeinsam an Aufgaben arbeiten und gute bzw. mangelnde Kontakte zu anderen Studierenden genannt wurden. Der Kontakt zum Lehrpersonal wurde nur als fünfthäufigste Kategorie bei der Befriedigung der sozialen Eingebundenheit genannt.

3 Lehrkonzept einer Mathematikveranstaltung im ersten Semester

Das in diesem Beitrag präsentierte Lehrkonzept folgt einem Flipped-Classroom-Ansatz[2] (auch Inverted-Classroom genannt) und zeichnete sich aufgrund der COVID-19-Pandemiesituation zudem durch ein hybrides Lehrformat aus. Ziel der Ausrichtung der Veranstaltung war es, die Studierenden zum selbständigen Lernen anzuleiten. Es sollte ein Modell entwickelt werden, das schrittweise die Studierenden in die Selbständigkeit begleitet und sie ermächtigt, mathematische Texte (insbesondere Beweise) zu lesen und zu verstehen. Formal gliederte sich die Veranstaltung (Vorlesung mit zugehöriger Übung) in drei Phasen (s. u.) mit jeweils unterschiedlicher Länge und unterschiedlichem didaktischen Aufbau. Grundlage der Vorlesung war das Buch „Lineare Algebra“ von Kowalski und Michler (2003), welches als Skript zur Veranstaltung diente. Die Wahl des Buches ist für die Anwendung der Methode nicht entscheidend, es kann prinzipiell jedes Lehrbuch verwendet werden, welches den Vorlesungsstoff abdeckt.

Die Motivation, dieses neue Konzept zu entwickeln, kam auch aus der Ungewissheit über die äußeren Rahmenbedingungen in der andauernden COVID-19-Pandemie. Das Konzept sollte verhindern, dass die Studierenden verstärkt allein arbeiten und durch Kontaktbeschränkungen oder Quarantäne mit noch ungewohntem Material und Inhalt allein bleiben. Es sollte ein Rahmen geschaffen werden, in dem Austausch möglich ist und Raum für Selbstreflexion geschaffen wird. Die Vorlesung startete als klassische Präsenzvorlesung im Hörsaal und wechselte (geplant) stufenweise in ein Flipped-Classroom-Konzept. Nach wenigen Wochen fand die Veranstaltung anders als geplant aufgrund geltender Pandemiemaßnahmen rein virtuell statt.

Phase 1 der Vorlesung (vier Wochen) bestand aus klassischen Frontalvorlesungen an der Tafel mit aktivierenden Elementen. Hier wurden beispielsweise kleine Live-Aufgaben[3], Diskussionen im Plenum oder auch Abstimmungen über eduvote eingesetzt. In dieser ersten Phase wurde nicht strikt das Buch, sondern eigene Vorlesungsnotizen verwendet.

In Phase 2 (drei Wochen) der Veranstaltung wurden die Studierenden schrittweise an das Lesen mathematischer Texte herangeführt. Grundlage dafür war die von der Drittautorin dieses Beitrages entwickelte Leseanleitung mathematischer Texte, die den Studierenden schrittweise zur Verfügung gestellt und mit ihnen exemplarisch erschlossen wurde. In der ersten Woche der Phase 2 (fünfte Woche der Veranstaltung) lasen die Studierenden die Definitionen und Beispiele aus dem relevanten Buchkapitel von Kowalski und Michler selbst. Fragen dazu und weitere Beispiele wurden im Plenum geklärt, bevor die Sätze und Beweise noch im klassischen Vorlesungsstil erläutert wurden. In den folgenden Wochen wurde nach und nach mehr Leseverantwortung an die Studierenden abgegeben.

[2] Im Flipped-Classroom-Konzept wird das klassische Format des Frontalunterrichts mit Übungsphasen zu Hause umgedreht. Es wird Material (in unserem Fall Texte und einführende, einordnende Videos) zur Vorbereitung im Selbststudium zur Verfügung gestellt. Die Diskussion und Einübung des Materials findet in den Vorlesungen und Präsenzübungen gemeinsam statt (vgl. Feudel & Fehlinger, 2021).

[3] Hiermit sind kleine Mini-Übungsaufgaben und Rückfragen an die Studierenden zur sofortigen Bearbeitung in der Vorlesung gemeint.

Phase 3 (acht Wochen) folgte dem Flipped-Classroom-Konzept. Solche Flipped-Classroom-Konzepte können erfolgreich für Mathematikveranstaltungen genutzt werden (Feudel & Fehlinger, 2021; Love et al., 2014). In der vorgestellten Veranstaltung bereiteten die Studierenden sich anhand des Buches und kurzer motivierender und einordnender Videos auf die Vorlesung vor. In diesen etwa 10-15-minütigen Videos wurde jede Woche das aktuelle Thema kurz beleuchtet und hervorgehoben, welches die zentralen Begriffe und Sätze aus dem Material sind und an welchen Stellen eventuell Verständnisschwierigkeiten zu erwarten sind. Auch motivierende Beispiele wurden darin erklärt. Diese Videos sollten von den Studierenden idealerweise vor dem selbständigen Lesen des Materials angeschaut werden und dienten als Hilfe zur Vorbereitung und Schwerpunktsetzung beim Lesen. Zweimal wöchentlich fanden 90-minütige Live-Treffen, also die „Vorlesung", über Zoom statt. In diesen Treffen wurden Fragen, Kernideen und Beispiele zum Themenbereich der Woche diskutiert. Die Fragen konnten vorab über ein anonymes online-Forum oder zu Beginn der Runde über den Zoom-Chat gestellt werden. Selbstverständlich waren Zwischenfragen jederzeit ebenfalls möglich.

Weitere Angebote an die Studierenden bestanden aus wöchentlichen online-Quizzes über moodle, mit Hilfe derer die Studierenden ihr Verständnis wesentlicher Begriffe überprüfen konnten und bei falschen Antworten Lesehinweise erhielten. Zusätzlich gab es wöchentliche Übungsaufgaben, die korrigiert und besprochen wurden. Alle Mitschriften aus den Übungen und den Fragerunden der Vorlesung wurden den Studierenden zur Verfügung gestellt. Ergänzend gab es die Möglichkeit anonym in moodle-Fragen zu stellen. Insgesamt waren somit sowohl synchrone als auch asynchrone Elemente vorhanden.

Zur Unterstützung des eigenständigen Lesens mathematischer Texte in Phase 2 erhielten die Studierenden einen ausführlichen Informationstext. Die darin beschriebenen Schritte wurden in der Veranstaltung mit den Studierenden eingeübt. Sie basieren auf allgemeinen und mathematikspezifischen Lern- und Lesestrategien, wie sie in Abschnitt 2.2 beschrieben sind. Neben generellen Tipps, um mathematische Texte leichter zu verstehen, beschreibt der Text folgende fünf Stufen des Lesevorgangs (vgl. Abb. 1):

Die *erste Stufe* besteht darin, sich einen Überblick über den Text zu verschaffen. Ziel ist es herauszufinden, worum es in dem Text geht, wie der Text gegliedert ist, welche Abschnitte besonders herausfordernd sein könnten und was bereits über das Thema bekannt ist. In der *zweiten Stufe* sollen die Studierenden Definitionen und Aussagen verstehen. Gerade um Definitionen zu verstehen, sollen passende Beispiele und Nicht-Beispiele gebildet werden (vgl. Weber, 2015). Für die Aussage von Sätzen, Lemmata (kleinen Sätzen) und Korollaren (Folgerungen aus Sätzen) ist es wichtig sich zu überlegen, was jeweils die Voraussetzungen und Folgerungen sind, und inwiefern die Aussage in den Kontext der Veranstaltung passt. Die zugehörigen Beweise zu verstehen, war Teil der *dritten Stufe*. Die Studierenden sollen Beweise wie eigene kleine mathematische Texte behandeln und sich ebenfalls zunächst einen Überblick verschaffen, bevor sie den Beweis zeilenweise lesen und danach die wichtigsten Punkte zusammenfassen. Auch hier wurden die einzelnen Schritte durch konkrete Unterpunkte verdeutlicht, z. B. sollten sich die Studierenden fragen, was für eine Beweistechnik benutzt wird oder an welchen Stellen die Voraussetzungen genutzt werden (vgl. Mejía-Ramos et al., 2012). Die letzten beiden Stufen helfen zu überprüfen, ob der Text verstanden wurde. Die *vierte Stufe* beinhaltet das Lösen der vorgegebenen Übungsaufgaben. Es werden verschiedene Tipps gegeben, wie z. B. ausreichend Zeit einzuplanen, zunächst die Frage zu verstehen oder die eigene Lösungsidee zu verschriftlichen oder anderen zu erklären. In der *fünften Stufe* wird die erste Stufe noch einmal wiederholt, um das gewonnene Wissen einzuordnen. Die Studierenden sollen sich noch einmal strukturiert einen Überblick über das Thema verschaffen und überlegen, was die wichtigsten Informationen des Textes sind und was ihnen selbst noch schwerfällt zu verstehen.

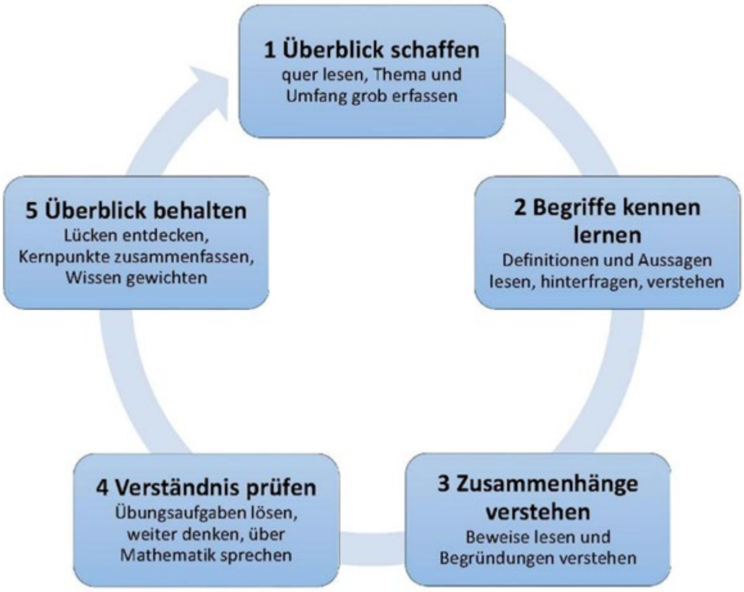

Abbildung 1. Überblick über die Strategien zum Verstehen der Inhalte mathematischer Texte aus dem Informationstext.

4 Evaluation des Lehrkonzeptes

4.1 Forschungsfragen

Diese Evaluation dient erstens der Weiterentwicklung des Lehrkonzeptes und zweitens sollen darüber hinaus Erkenntnisse zu Schwierigkeiten und Wahrnehmungen der Studierenden in Bezug auf bestimmte Lernsituationen identifiziert werden, die für weitere Konzepte in der Studieneingangsphase gewinnbringend genutzt werden können. Zum Flipped-Classroom-Konzept existieren bereits einige Arbeiten, die Chancen und Herausforderungen dieses Konzeptes deutlich machen (vgl. Love et al., 2014). Dieser Beitrag ist angesiedelt im ersten Semester eines Mathematikstudiums, in dem spezifische Herausforderungen für die Studierenden zu bewältigen sind (siehe Abschnitte 2.1). Um insbesondere den Umgang mit mathematischen Texten zu erleichtern, wurde ein Konzept entwickelt, bei dem Studierenden konkrete Strategien für das asynchrone Lernen an die Hand gegeben wurden. Diese Strategien wurden in den synchronen Elementen der Lehre diskutiert wurden (siehe Abschnitt 3). Gerade in einem solchen Flipped-Classroom-Konzept ist es wichtig, dass die Studierenden Verständnisschwierigkeiten oder Fragen benennen können, die dann in den synchronen Veranstaltungen aufgegriffen werden. Welche Verständnisschwierigkeiten Studierende in diesem Konzept beim eigenständigen Lesen mathematischer Texte berichten (siehe Abschnitt 2.2), ist in Forschungsfrage 1 zentral. An welchen Stellen dieses Konzept Situationen schafft, in denen Studierende Freude empfinden (siehe Abschnitt 2.3), wird in Forschungsfrage 2 fokussiert:

1. Welche Verständnisschwierigkeiten berichten Mathematikstudierende einer Linearen-Algebra-Veranstaltung, die einem Flipped-Classroom-Konzept folgt, beim Lesen mathematischer Texte?
2. In welchen Situationen empfinden Mathematikstudierende (keine) Freude an der Mathematik, wie sie an der Hochschule betrieben wird?

4.2 Methodisches Vorgehen

Stichprobe: Die Stichprobe bestand aus 18 Studierenden (fünf männlich, sechs weiblich, ein divers, sechs keine Angabe) des Bachelorstudiengangs Mathematik einer deutschen Universität. Die Studierenden wurden in der vorgestellten Veranstaltung „Lineare Algebra 1“ rekrutiert, die von der Drittautorin dieses Beitrages gehalten wurde. Aus weiteren Angaben der Studierenden können wir schließen, dass die Studierenden unterschiedlich leistungsstark sind (Gesamt-Abiturnote: $M = 2.22$, $SD = 0.67$, $N = 12$) und im Mittel zufrieden mit ihrem Studium sind ($M = 4.63$, $SD = 1.49$, $N = 8$; sechsstufige Likert-Skala von trifft nicht zu (1) bis trifft voll zu (6) zur Semestermitte, vgl. Kosiol et al., 2019).
Design und Instrumente: Die Befragung fand zu drei Zeitpunkten im ersten Semester statt: T1 – in der zweiten (während der Präsenzphase), T2 – in der fünften (während der Übergangsphase) und T3 – in der achten Vorlesungswoche (während der Flipped-Classroom-Phase). Die Studierenden wurden gebeten, einen online-Fragebogen auszufüllen. Für die freiwillige Teilnahme erhielten die Studierenden jeweils einen Punkt (Teilnahme an T2) bzw. zwei Punkte (Teilnahme an T1 oder an T3), die sie als Zusatzpunkte für die Zulassung zur Abschlussprüfung nutzen konnten. Auf die konkreten Personen hinter den Antworten sollte nicht zurückgeschlossen werden können, weshalb die Namen der Personen im Online-Befragungssystem getrennt von den Fragebogendaten gespeichert wurden.
Um sowohl die Ausprägung an Verständnis bzw. Freude als auch Inhalte oder Situationen, zu denen (Nicht-)Verständnis oder (keine) Freude vorlag, zu erfassen, haben wir jeweils ein zweistufiges System genutzt: Zuerst haben die Studierenden auf einer sechsstufigen Likert-Skala von „trifft nicht zu“ (1) bis „trifft zu“ (6) die folgenden beiden Aussagen eingeschätzt:

- Ich habe die Vorlesungsinhalte in der letzten Woche verstanden.
- Die Mathematik, wie sie an der Hochschule betrieben wird, macht mir Freude.

Danach wurden sie aufgefordert, jeweils Situationen anzugeben, in denen ihnen das bewusst geworden ist. In den freien Antwortfeldern wurden nur wenig Verständnisschwierigkeiten, aber einige Situationen zum Thema Freude angegeben.
Datenanalyse: Die Datenanalyse folgt den Ansätzen der strukturierenden, qualitativen Inhaltsanalyse nach Mayring (2015). Für Fragestellung 1 wurde das Kodiermanual induktiv entwickelt, während für Fragestellung 2 aufgrund einer höheren Anzahl von Antworten ein deduktives Vorgehen gewählt und ein Kodiermanual aus der Literatur abgeleitet wurde. Die Kodiereinheit ist ein Satz einer Person und die Kontexteinheit eine Antwort einer Person auf die gestellte Frage. Um Situationen für Freude bzw. keine Freude zu identifizieren, wurde ein zweistufiges Verfahren verwendet: (1) Im ersten Schritt wurden die Situationen nach Elementen der Lehre induktiv unter der Frage kategorisiert: Welche Elemente der Lehre werden in den Situationen genannt? (2) Im zweiten Schritt wurden die Situationen anhand der Selbstbestimmungstheorie (vgl. Abschnitt 2.3) unter der folgenden Fragestellung deduktiv kodiert: Welche basic needs werden in den Situationen erlebt? Das Kodiermanual wurde in Anlehnung an Liebendörfer (2018) gestaltet, wobei die lehramtsspezifischen Kategorien nicht übernommen wurden und ein besonderer Fokus auf die basic needs gelegt wurde. Im Anhang, Tabelle 1, findet sich der Ausschnitt aus dem Kodiermanual, der die basic needs betrifft. Die Antworten wurden für beide Fragestellungen zweitkodiert. Die Erst- und Zweitkodierungen wurden unabhängig voneinander durch die Erstautorin und die Zweitautorin dieses Beitrages durchgeführt. Die Kodierungsübereinstimmung betrug insgesamt über 85%, wobei insbesondere die Zuordnung der Antworten zu den Kategorien des Autonomieerlebens bei der anschließenden Konsensbildung diskutiert wurde.

4.3 Ergebnisse

Verstehen mathematischer Texte: Über die drei Befragungszeitpunkte hinweg wurde insgesamt elf Mal genauer beschrieben, inwiefern die vorgegebenen mathematischen Texte verstanden wurden. In den

Antworten wurden bestimmte Verständnisschwierigkeiten, vor allem Probleme beim Verstehen von Beweisen (fünf Antworten), genannt, die aber selten konkretisiert wurden, wie das folgende Zitat beispielhaft zeigt: „Eigentlich fast jeder Beweis. Die Sätze und Definitionen versteht man mit Beispielen ziemlich gut, aber die Beweise sind meistens schwer nachvollziehbar."

Daneben wurden in drei Antworten konkrete mathematische Begriffe oder Inhalte genannt, die noch unklar geblieben sind. Ein Beispiel dafür ist der Begriff des Erzeugendensystems oder der Zusammenhang zwischen Matrizen und linearen Abbildungen, die nicht gleich verstanden wurden, wodurch auch darauffolgende Definitionen „schwierig […] zu verstehen" waren. Ergänzend ist zu sagen, dass in den Fragerunden in der Vorlesung von den Studierenden sehr häufig konkrete Rückfragen zu einzelnen Beweisschritten oder auch zur logischen Struktur von Beweisen formuliert wurden.

Neben ihren Verständnisschwierigkeiten stellten die Studierenden in ihren Antworten auch dar, warum Verständnisprobleme ihrer Meinung nach auftreten, z. B. hatte eine Person Schwierigkeiten sich „zu merken, was [sie] da gerade gelesen habe". Außerdem wurde angegeben, inwiefern die Verständnisschwierigkeiten erkannt wurden, z. B. „Ich dachte mir beim Lesen, ich hätte es verstanden, aber bei der Vorlesung wurden mir meine Lücken bewusst", was darauf hindeutet, dass die synchrone Veranstaltung für das Monitoring, also das Überwachen des eigenen Lernfortschritts, genutzt wurde.

Zusätzlich wurde in zwei Antworten auch beschrieben, wie die Verständnisschwierigkeiten gelöst wurden, z. B. durch die wöchentlichen Besprechungen im Online-Meeting, indem Erklärvideos angesehen wurden oder indem Beispiele genutzt wurden, um sich Definitionen oder Sätze weiter zu erschließen. Dieses Vorgehen, Beispiele zu nutzen, wurde in der Veranstaltung explizit thematisiert (vgl. Abschnitt 3). Auffällig ist, dass nur eine Antwort ein überzeugtes „habe alles verstanden" beinhaltete, obwohl anzunehmen ist, dass vor allem Studierende, die das Studium nicht sofort abbrechen, sondern erfolgreich absolvieren, befragt wurden.

Freude am Lernen von Mathematik: Im Gegensatz zu den wenigen Aussagen zu Verständnisschwierigkeiten gibt es viele Aussagen, die sich auf das Erleben oder Ausbleiben von Freude im Mathematikstudium beziehen. 18 Studierende haben zu den drei Messzeitpunkten (T1, T2 und T3) insgesamt 24 Antworten gegeben, die alle in die Analyse einbezogen wurden. Es wurden deutlich mehr Situationen beschrieben, in denen Freude erlebt wurde (19 Antworten), als Situationen, in denen keine Freude erlebt wurde (neun Antworten). In manchen Antworten wurden Situationen berichtet, in denen sowohl Freude als auch keine Freude erlebt wurde.

Die genannten Situationen betrafen verschiedene Elemente der Lehre: Vorlesung (sieben Antworten), Übung (fünf Antworten) und Aufgabenbearbeitung (neun Antworten). Bezüglich spezifischer mathematischer Inhalte sind sieben Antworten zu finden, bezüglich mathematischer Aktivitäten neun Antworten. Es wurden insbesondere für die akademische Mathematik zentrale Aktivitäten angesprochen: Beweisen mathematischer Aussagen (fünf Antworten), Definieren von mathematischen Begriffen (zwei Antworten), Aufstellen mathematischer Aussagen (eine Antwort) und Entdecken von Erkenntnissen (eine Antwort). Dabei wurden die Situationen dann negativ bewertet, wenn etwas nicht verstanden wurde („nicht hinterher gekommen mit dem Schreiben, Stoff/Beweise nicht verstanden", T1) oder wenn die Nützlichkeit von mathematischen Strukturen, z. B. Definitionen, nicht deutlich wurde („Ich habe keine Freude daran, wenn wir eine Definition nach der nächsten und Satz für Satz einfach nur ‚abarbeiten', ohne die Motivation, wofür wir die Begriffe brauchen können. Hier und da ein Ausblick wäre hilfreich", T2).

Die deduktive Kodierung nach den basic needs zeigt auf, dass das Kompetenzerleben mit positiven Emotionen verbunden ist (elf Antworten), während fehlendes Kompetenzerleben aufgrund schwieriger Inhalte mit negativen Emotionen in Verbindung gebracht wird (sieben Antworten). Dabei sind einige Antworten auch ambivalent zu sehen. Beispielsweise wird in dem nächsten Zitat deutlich, dass eine Person, die sehr zufrieden mit dem Studium ist, nicht alles direkt verstanden hat:

> „Ich empfinde Freude, wenn es zum Aha-Moment kommt. Ich verstand z. B. nicht direkt, was eine Relation ist, doch ich hab mich zu Hause hingesetzt und es verstanden. Als ich in der nächsten Vorlesung alles Verstanden habe, war ich glücklich. Außerdem finde ich Beweise unglaublich toll. In der Schule die Blöcke einfach runter rech[n]en, immer mit der gleichen Methode, war super langweilig. Nun verstehen wir warum wir diese Methoden anwenden dürfen und beweisen sie“ (T1).

Den Facetten „Autonomieerleben (Wunsch)“ und „Autonomieerleben (Handlung)“ können wir neun bzw. acht Antworten zuordnen. Auffällig ist, dass zum Autonomieerleben (Handlung) neben Befriedigung auch Frustration zu finden ist und alle Antworten damit zu tun haben, sich selbst als Handelnder wahrzunehmen oder nicht, je nachdem ob Inhalte verstanden und Aufgaben gelöst werden können oder nicht, z. B. „Freude, wenn man Inhalte versteht (Vorlesung, Übung) und diese bei den Übungsblättern anwenden kann; kleine Anflüge von Verzweiflung, wenn man Inhalte nicht ganz verstanden hat, aber trotzdem bei den ÜB [Übungsblättern] anwenden muss“ (T3). Wie die Berücksichtigung von Wünschen im Studium mit positiven Emotionen einhergeht, wird im nächsten Zitat sehr deutlich:

> „Auf die eigenen Fragen zu mathematischen Prinzipien wurde nach der Übungsstunde auf Wunsch von mir eingegangen und unterstützend wurden hilfreiche Ratschläge von der Lehrperson gegeben. Es war ein Gespräch auf Augenhöhe und hat mir sehr weitergeholfen und auch gefallen“ (T1).

In dieser Antwort wird auch das Erleben von sozialer Eingebundenheit deutlich, welches in insgesamt drei Antworten zu finden ist und sich vor allem auf Gespräche mit den Lehrpersonen bezieht. Speziell in Bezug auf die Situation in der hybriden Lehre sind die folgenden Antworten zu verorten:

> „Das Niveau ist ziemlich hoch, was einerseits natürlich die Mathematik an einer Uni/ Hochschule interessanter als die Mathematik des Gymnasiums macht, jedoch bei Krankheit schnell dazu führen kann, dass man den Anschluss verliert, da meiner Meinung nach gerade Präsenz und Erklärungen (der Dozenten) sehr wichtig für das Verständnis sind.“ (T1)

und

> „Wenn ich im Gespräch mit [dem Übungsgruppenleiter] meine Denkfehler entdecke oder eine Aussage abstrahieren kann. Ich empfinde auch große Freude, wenn ich das Gelernte in meinen Worten wiedergebe und dann ein Feedback bekomme, auch wenn ich Fehler gemacht habe, ist es dennoch für mich angenehmer, wenn ich nicht nur passiv die Informationen aufnehme, sondern aktiv mitdiskutieren kann. Deswegen gefällt mir der ‚inverted classroom‘ auch sehr gut.“ (T3).

Aus der zweiten Aussage wird deutlich, dass der Lernende das Konzept gut durch aktives Verarbeiten der Inhalte genutzt hat. Diese aktive Verarbeitung wird somit als zentral auch für Freude angesehen, aber nach der ersten Aussage auch die Erklärungen der Lehrpersonen, da ansonsten schnell der Anschluss verloren geht.

5 Diskussion

5.1 Zusammenfassung

Die Studieneingangsphase im Fach Mathematik ist eine herausfordernde Phase für viele Studierende. Probleme, denn sowohl die Art von Mathematik – von Schul- zur akademischen Mathematik – als auch das Lernen von Mathematik – vom stärker angeleiteten zum stärker selbstregulierten Lernen – verändert sich von der Schule zur Hochschule (Rach, 2014). Um die Studierenden in diesem Übergangsprozess zu unterstützen, haben wir ein Lehrkonzept zur Linearen Algebra entwickelt. Der Kern dieses Lehrkonzeptes besteht darin, Studierende an das Lesen mathematischer Texte heranzuführen, so dass sie am Ende des Semesters in der Lage sind, sich mathematische Inhalte anhand von Lehrbuchtexten selbst zu erschließen. Um dieses Konzept zu evaluieren und Herausforderungen der Studierenden zu konkretisieren, haben wir Studierenden nach bestimmten Lernsituationen befragt – Situationen, in denen

Verständnisschwierigkeiten deutlich werden oder die zum Auftreten oder Ausbleiben von Freude beitragen haben.
Bezüglich der Verständnisschwierigkeiten ist zu konstatieren, dass nur wenige Schwierigkeiten bzw. Fragen von den Studierenden berichtet werden, obwohl das Klarwerden über Verständnisschwierigkeiten eine metakognitive Lernstrategie darstellt (Göller, 2020) und die genannten Schwierigkeiten der Studierenden in den synchronen Phasen der Veranstaltung eingebettet wurden. Aus fachspezifischer Sicht zeigen die Antworten der Studierenden insbesondere auf, dass die Studierenden vor allem Probleme mit dem Verständnis von Beweisen berichten, aber ihre Probleme nicht konkretisieren (vgl. Brohsonn et al., 2021). Die zweimal wöchentlich stattfindenden Besprechungen helfen Studierenden dabei, Verständnisschwierigkeiten zum einen überhaupt zu erkennen und zum anderen lösen zu können, so dass diese einen wichtigen Aspekt des Monitorings erfüllen. Synchrone Phasen sind demnach aus einem Konzept, welches einem Flipped-Classroom-Ansatz folgt, nicht wegzudenken. Es soll hier noch erwähnt werden, dass in den Besprechungen immer viele konkrete Fragen zu Beweisschritten oder auch Definitionen und Beispielen von den Studierenden formuliert wurden. Zu allen Zeitpunkten gab es ausreichend konkrete Fragen, um die verfügbaren 90 Minuten Zeit sinnvoll zu nutzen. Möglicherweise wurden aus diesem Grund die konkreten inhaltlichen Schwierigkeiten in den begleitenden Fragebögen nicht näher ausformuliert.
Bei den Antworten, die sich auf Freude beziehen, kann aus dem Vergleich der numerischen Angaben zum Auftreten bzw. Ausbleiben von Freude und den genannten Situationen geschlossen werden, dass insbesondere fehlendes Autonomieerleben (Handlung) in Kombination mit fehlendem Kompetenzerleben mit dem Ausbleiben von Freude zusammenhängt. Das alleinige Fehlen von Kompetenzerleben, z. B. durch eigene Fehler oder fehlendes Verstehen, ist im ersten Moment noch nicht dramatisch, wenn die Studierenden sich Zeit nehmen, um die Fehler selbst zu finden. Im Gegensatz zu der Annahme von Krapp (2005) geht Erleben von Autonomie und Kompetenz hier nicht vollständig Hand in Hand. Einerseits zeigen die Ergebnisse, dass das präsentierte Lehrkonzept auch zum Ausbleiben von Autonomie oder Kompetenz führt, was möglichst vermieden werden sollte. Andererseits erscheint es aufgrund der substanziellen Änderungen in den mathematischen Lernprozessen von Schule zu Hochschule unrealistisch, dass die Studierenden nur Situationen mit Autonomie und Kompetenz erleben. Wichtig scheint es deshalb zu sein, dass in den Veranstaltungen expliziert wird, dass die Anforderungen in der Studieneingangsphase nicht sofort bewältigt werden können müssen, sondern dass die Studierenden sich genügend Zeit zum Lernen einplanen müssen. Wenn diese Bedingung an den Lernprozess von den Studierenden akzeptiert wird – die Studierenden sich demnach als autonom wahrnehmen – dann führt auch Kompetenzfrustration nicht sofort zur Demotivation.
In den Antworten der Studierenden kommt zudem zum Ausdruck, dass das Erleben von sozialer Eingebundenheit häufig zum Auftreten von Freude führt. Im Vergleich mit der Studie von Liebendörfer (2018) ist auffällig, dass soziale Eingebundenheit nicht in Zusammenhang mit dem Kontakt mit anderen Studierenden, sondern nur mit den Lehrpersonen genannt wird. Dieses Ergebnis könnte natürlich mit der hybriden Lehre im ersten Studiensemester zusammenhängen, die es schwieriger macht, mit anderen Studierenden in Kontakt zu treten. Vorschläge von Love et al. (2014) im Sinne von Peer-Instruction könnten die Kooperation zwischen den Studierenden auch im virtuellen Raum fördern. Die Ergebnisse deuten insgesamt darauf hin, dass synchrone Sequenzen in den Lehrveranstaltungen auch für das Monitoring des eigenen Verständnisses sehr wichtig sind.

5.2 Limitationen des Konzepts und dessen Evaluation sowie Übertragbarkeit auf andere Studiengänge

Das Konzept selbst ist bisher nur einmal durchgeführt worden und kann nun anhand der Evaluationsergebnisse weiterentwickelt werden. Spannend wäre es, ob die Studierenden auch im weiteren Studienverlauf auf die in dieser Veranstaltung erlernten Strategien wieder zurückgreifen.

Dieses Konzept auf Lehramtsstudiengängen mit Fach Mathematik zu übertragen, sehen wir als unproblematisch an. Denn auch in diesen Studiengängen wird in der Studieneingangsphase die akademische Mathematik mit den Bestandteilen Definition, Aussagen und Beweisen fokussiert. Die Grundidee dieses Lehrkonzeptes kann sicherlich auch für Mathematikveranstaltungen in INT-Studiengängen übertragen werden. Denn sich einen Überblick über einen Text zu verschaffen, mathematische Begriffe kennenzulernen, Zusammenhänge zu ergründen und am Ende eine Rückschau zu halten, ist auch in diesen Studiengängen beim Lesen mathematischer Texte essentiell. Aufgrund der Unterschiede in den mathematischen Inhalten zwischen Lehrveranstaltungen in Mathematik- und in INT-Studiengängen sollten Feinheiten in der Anleitung geändert werden –z. B. statt einer starken Fokussierung auf Beweise besser Algorithmen, z. B. Gaußalgorithmus oder Lösungsverfahren von Differentialgleichungen, in den Vordergrund zu stellen.
Für die Evaluation des Konzepts haben wir eine eigene Befragung der Studierenden durchgeführt, da wir aufgrund von Datenschutzbestimmungen der Universität die Vorlesungsevaluation nicht heranziehen konnten. Die geringe Anzahl an befragten Studierenden, die aber einen substanziellen Teil der Kohorte an Mathematikstudierenden an der betrachteten Universität ausmacht, limitiert die Interpretationsreichweite der Ergebnisse. Aufgrund der schwierigen Kontaktaufnahme mit den Studierenden durch die Pandemiesituation und der Datenschutzbestimmungen haben wir uns für die kurze Online-Befragungen im Semester entschieden, bei denen aber im Gegensatz zu Interviews keine Nachfragen gestellt werden können. Der Vorteil unseres Vorgehens ist, dass wir zu drei verschiedenen Zeitpunkten im Semester die Befragungen zeitökonomisch für die Studierenden durchführen konnten.

5.3 Praktische Implikationen

Als Implikationen zeigen sich, dass vor allem das Verstehen von Beweisen noch weiter unterstützt werden muss und dass wöchentliche Besprechungen nötig und wichtig sind, damit Studierende ihr eigenes Verständnis überprüfen und ggf. klärende Fragen stellen können. Während in unserer anonymen Befragung nur wenige Studierende konkrete Verständnisschwierigkeiten ansprechen, werden in den Vorlesungen nicht-anonym diese Schwierigkeiten klar benannt. Dieses Phänomen spricht für eine gute Beziehung zur Lehrperson und einer positiven Fehlerkultur in der Veranstaltung, was die Forschungsarbeit erschwert, aber die Lehrqualität hebt. Einige Studierendenantworten zeigen außerdem punktuell auf, dass die Explikation von Lesestrategien für mathematische Texte sinnvoll ist und angenommen wird. Durch diese Strategien wird der asynchrone Teil der Lehrveranstaltung angereichert, der synchrone Teil der Lehrveranstaltung erscheint aber gerade für das Monitoring der Studierenden und die Bedürfnisbefriedigung in Bezug auf das Kompetenzerleben wichtig.
Aus den Evaluationsergebnisse können wir noch weitere Gelingensbedingungen für Lehrkonzepte in der Studieneingangsphase im Fach Mathematik ableiten. In Bezug auf Verständnisschwierigkeiten lassen sich aufgrund der wenigen Äußerungen der Studierenden nur wenige fachspezifische Folgerungen abzuleiten. Aber die geäußerten Schwierigkeiten liegen, selbst bei eher zufriedenen Studierenden im Fachstudium, recht klar in den für die akademische Mathematik relevanten, aber noch ungewohnten Aktivitäten. Gerade Beweise, die als Evidenzinstrument in der Mathematik eine wichtige Rolle einnehmen, verbinden Studierende mit Verständnisschwierigkeiten. Zukünftige Lehrkonzepte sollten demnach eine Unterstützung beim Beweisverstehen bieten, z.B. durch die Explikation von Lesestrategien. Situationen, in denen Freude an Mathematik empfunden wird, werden insbesondere mit Autonomie- und Kompetenzerleben verbunden. Soziale Eingebundenheit scheint weniger wichtig zu sein, was mit der hybriden Lehre, aber auch mit der Spezifität der Stichprobe zusammenhängen kann. Bei Lehramtsstudierenden könnte der soziale Faktor eine größere Rolle spielen (vgl. Liebendörfer, 2018). Auffällig ist, dass nicht das kurzfristige Ausbleiben von z. B. Autonomie- oder Kompetenzerleben kritisch von Studierenden gesehen wird, sondern dass wahrscheinlich das vermehrte Ausbleiben dieser Grundbedürfnisse zu einer Demotivation führt und daher vermieden werden sollte.

Zusammenfassend stellt die Studieneingangsphase im Fach Mathematik für die meisten Studierenden eine große Herausforderung dar. Das Ziel dieses präsentierten Lehrkonzeptes war es, die Studierenden bei einer großen Herausforderung – dem selbstständigen Lesen mathematischer Texte – zu unterstützen, indem sie Strategien zum Textverständnis anwenden sollen.

Literatur

Bauer, T., Müller-Hill, E., Neuhaus-Eckhardt, S. & Rach, S. (2021). Beweisverständnis im Mathematikstudium unterstützen: Vergleich unterschiedlicher Varianten der Strategie „Illustrieren am Beispiel“. *Journal für Mathematik-Didaktik, 43,* 311-346. https://doi.org/10.1007/s13138-021-00191-6. Bender, R. (2021) Lernvideos und reflektierende Fragen in einer Arithmetik-Vorlesung. *die hochschullehre, 7*, 330-347. https://doi.org/10.3278/HSL2130W.

Brohsonn, L., Bertram, J., Geisler, S. & Rolka, K. (2022). Frage ist nicht gleich Frage - Analyseraster für Merkmale von mathematikbezogenen Studierendenfragen im ersten Fachsemester. *mathematica didactica, 45*. https://doi.org/10.18716/ojs/md/2022.1433.

Collins, A., Brown, J. S. & Newman, S. E. (1989). Cognitive apprenticeship: Teaching the crafts of reading, writing and mathematics. In L. B. Resnick (Hrsg.), *Knowing, learning, and instruction: Essays in honor of Robert Glaser* (S. 453–494). Lawrence Erlbaum Associates.

Deci, E. L. & Ryan, R. M. (2002). *Handbook of Self-Determination Research*. The University of Rochester Press.

Dieter, M. (2012). *Studienabbruch und Studienfachwechsel in der Mathematik: Quantitative Bezifferung und empirische Untersuchung von Bedingungsfaktoren* [Dissertation, Universität Duisburg-Essen]. https://duepublico2.uni-due.de/receive/duepublico_mods_00028564.

Dörfler, W. & McLone, R. R. (1986). Mathematics as a school subject. In B. Christiansen, A. G. Howson & M. Otte (Hrsg.), *Perspectives on mathematics education* (S. 49–97). Reidel.

Dreyfus, T. (1991). Advanced Mathematical Thinking Processes. In D. Tall (Hrsg.), *Mathematics education library: Bd. 11. Advanced mathematical thinking* (S. 25–41). Kluwer Academic Publ.

Engelbrecht, J. (2010). Adding structure to the transition process to advanced mathematical activity. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology, 41*(2), 143–154. https://doi.org/10.1080/00207390903391890.

Ferdinand, H. (2014). *Entwicklung von Fachinteresse. Längsschnittstudie zu Interessenverläufen und Determinanten positiver Entwicklung in der Schule*. Waxmann.

Feudel, F. & Fehlinger, L. (2021). Using a lecture-oriented flipped classroom in a proof-oriented advanced mathematics course. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*. https://doi.org/10.1080/0020739X.2021.1949057.

Geisler, S. (2020). *Bleiben oder Gehen? Eine empirische Untersuchung von Bedingungsfaktoren und Motiven für frühen Studienabbruch und Fachwechsel in Mathematik* [Dissertation, Ruhr-Universität Bochum]. RUB-Repository. https://doi.org/10.13154/294-7163.

Göller, R. (2020). *Selbstreguliertes Lernen im Mathematikstudium*. Springer Spektrum. https://doi.org/10.1007/978-3-658-28681-1.

Grünkorn, J., Klieme, E., Praetorius, A.-K. & Schreyer, P. (2020). *Mathematikunterricht im internationalen Vergleich. Ergebnisse aus der TALIS-Videostudie Deutschland*. DIPF. https://doi.org/10.25656/01:21072.

Gueudet, G. (2008). Investigating the secondary–tertiary transition. *Educational Studies in Mathematics, 67*(3), 237–254. https://doi.org/10.1007/s10649-007-9100-6.

Hodds, M., Alcock, L. & Inglis, M. (2014). Self-explanation training improves proof comprehension. *Journal for Research in Mathematics Education*, *45*(1), 62–101. https://doi.org/10.5951/jresematheduc.45.1.0062.

Jordan, A., Krauss, S., Löwen, K., Blum, W., Neubrand, M., Brunner, M. & Baumert, J. (2008). Aufgaben im COACTIV-Projekt: Zeugnisse des kognitiven Aktivierungspotentials im deutschen Mathematikunterricht. *Journal für Mathematikdidaktik, 29*(2), 83–107. https://doi.org/10.1007/BF03339055.

Kosiol, T., Rach, S. & Ufer, S. (2019). (Which) Mathematics Interest is Important for a Successful Transition to a University Study Program? *International Journal of Science and Mathematics Education, 17*(7), 1359-1380. https://doi.org/10.1007/s10763-018-9925-8.

Kowalsky, H.-J. & Michler, G. O. (2003). *Lineare Algebra* (12. Aufl.). De Gruyter.

Krapp, A. (2002). Structural and dynamic aspects of interest development: Theoretical considerations from an ontogenetic perspective. *Learning and Instruction, 12*(4), 383–409. https://doi.org/10.1016/S0959-4752(01)00011-1.

Krapp, A. (2005). Basic needs and the development of interest and intrinsic motivational orientations. *Learning and Instruction, 15*(5), 381–395. https://doi.org/10.1016/j.learninstruc.2005.07.007.

Liebendörfer, M. (2018). *Motivationsentwicklung im Mathematikstudium*. Springer Spektrum. https://doi.org/10.1007/978-3-658-22507-0.

Liebendörfer, M. & Göller, R. (2016). Abschreiben von Übungsaufgaben in traditionellen und innovativen Mathematikvorlesungen. *Mitteilungen der Deutschen Mathematiker-Vereinigung, 24*(4), 230–233. https://doi.org/10.1515/dmvm-2016-0084.

Love, B., Hodge, A., Grandgenett, N. & Swift, A. W. (2014) Student learning and perceptions in a flipped linear algebra course. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology, 45*(3), 317–324. https://doi.org/10.1080/0020739X.2013.822582.

Mayring, P. (2015). *Qualitative Inhaltsanalyse. Grundlagen und Techniken* (12. Aufl.). Beltz.

Mejía-Ramos, J. P., Fuller, E., Weber, K., Rhoads, K. & Samkoff, A. (2012). An assessment model for proof comprehension in undergraduate mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, *79*(1), 3–18. https://doi.org/10.1007/s10649-011-9349-7.

Neumann, I., Pigge, C. & Heinze, A. (2017). *Welche mathematischen Lernvoraussetzungen erwarten Hochschullehrende für ein MINT-Studium? Eine Delphi-Studie.* IPN – Leibniz-Institut für die Pädagogik der Naturwissenschaften und Mathematik.

Rach, S. (2020). Relations between individual interest, experiences in learning situations and situational interest. In M. Inprasitha, N. Changsri & N. Boonsena (Hrsg.), *InterimProceedings of the 44th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (S. 466-474). PME.

Rach, S., Heinze, A. & Ufer, S. (2014). Welche mathematischen Anforderungen erwarten Studierende im ersten Semester des Mathematikstudiums? *Journal für Mathematik-Didaktik, 35*(2), 205–228. https://doi.org/10.1007/s13138-014-0064-7.

Samkoff, A. & Weber, K. (2015). Lessons learned from an instructional intervention on proof comprehension. *The Journal of Mathematical Behavior*, *39*, 28–50. https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2015.05.002.

Schiefele, U., Krapp, A. & Schreyer, I. (1993). Metaanalyse des Zusammenhangs von Interesse und schulischer Leistung. *Zeitschrift für Entwicklungspsychologie und Pädagogische Psychologie, 10*(2), 120–148.

Schneider, M., & Preckel, F. (2017). Variables associated with achievement in higher education: A systematic review of meta-analyses. *Psychological Bulletin, 143*(6), 565–600. https://doi.org/10.1037/bul0000098.

Selden, J. & Selden, A. (1995). Unpacking the logic of mathematical statements. *Educational Studies in Mathematics*, *29*, 123–151. https://doi.org/10.1007/BF01274210.

Shepherd, M. D., Selden, A. & Selden, J. (2009). *Difficulties first-year university students have in reading their mathematics textbook.* Tennessee Technological University, Technical Report 2009. https://files.eric.ed.gov/fulltext/ED518599.pdf.

Shepherd, M. D., Selden, A. & Selden, J. (2012). University Students' Reading of Their First-Year Mathematics Textbooks. *Mathematical Thinking and Learning*, *14*(3), 226–256. https://doi.org/10.1080/10986065.2012.682959.

Shepherd, M. D. & van de Sande, C. C (2014). Reading mathematics for understanding – From novice to expert. *The Journal of Mathematical Behavior*, *35*, 74–86. https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2014.06.003.

Weber, K. (2004). Traditional instruction in advanced mathematics courses: a case study of one professor's lectures and proofs in an introductory real analysis course. *Journal of Mathematical Behavior, 23*(2), 115–133. https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2004.03.001.

Weber, K., Brophy, A. & Lin, K. (2008). Learning advanced mathematical concepts by reading text. In *Proceedings of the 11th conference for research in undergraduate mathematics education*. http://sigmaa.maa.org/rume/crume2008/Proceedings/Weber%20LONG.pdf.

Weber, K. (2015). Effective Proof Reading Strategies for Comprehending Mathematical Proofs. *International Journal of Research in Undergraduate Mathematics Education*, *1*(3), 289–314. https://doi.org/10.1007/s40753-015-0011-0.

Weber, K. & Mejía-Ramos, J. P. (2014). Mathematics majors' beliefs about proof reading. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, *45*(1), 89–103. https://doi.org/10.1080/0020739X.2013.790514.

Wild, K.-P. (2005). Individuelle Lernstrategien von Studierenden. Konsequenzen für die Hochschuldidaktik und die Hochschullehre. *Beiträge zur Lehrerbildung, 23*(2), 191–206. https://doi.org/10.25656/01:13572.

Willems, A. S. (2011). *Bedingungen des situationalen Interesses im Mathematikunterricht. Eine mehrebenenanalytische Perspektive*. Waxmann.

Winter, H. (1995). Mathematikunterricht und Allgemeinbildung. *Mitteilungen der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik, 61*, 37–46.

Anhang

Tabelle 1: Ausschnitt aus dem Kodierschema, vgl. Liebendörfer (2018, S. 427-432)

Kategorie	**Beschreibung**	***Ankerbeispiel***
Kompetenzerleben	Kompetenz beschreibt Empfindungen, dass die eigene Auseinandersetzung mit der Welt effektiv ist und das Erleben von Möglichkeiten, die eigenen Fähigkeiten zu demonstrieren. Codiert werden Aussagen, die sich auf das Erreichen von Zielen beziehen, z. B. Verständnis des Stoffes oder Lösung von Aufgaben.	*Ich konnte das Übungsblatt gut lösen, das hat mich gefreut.*
Autonomieerleben: Passung von Handlung zu den persönlichen Werten und Zielen	Autonomie bezieht sich auf Gefühle, der Ursprung des eigenen Handelns zu sein. Das beinhaltet auch Handeln aus eigenem Interesse, eigener Initiative oder gemäß den eigenen Werten. Codiert werden Aussagen, die sich auf den Zusammenhang der berichteten Situation zu den persönlichen Wünschen, Werten und Zielen der Interviewten beziehen (normative Aussagen). Wünsche und Ziele sind z. B. Berufswünsche und Vorstellungen, welche Inhalte man gerne lernen würde. Mit Werten sind Vorstellungen gemeint, wie etwas zu sein hat oder was wichtig ist. Das betrifft z. B. Vorstellungen, dass die Dozenten nicht mehr auf jede Frage eingehen sollten, weil man ja nun an der Uni ist. Ebenso könnte man den Stoff bewerten, ob er relevant oder unnötig scheint.	*Ich habe keine Freude daran, wenn wir eine Definition nach der nächsten und Satz für Satz einfach nur "abarbeiten", ohne die Motivation, wofür wir die Begriffe brauchen können. Hier und da ein Ausblick wäre hilfreich.*
Autonomieerleben: Selbst wahr-genommener Ort der Handlungsverursachung	Autonomie bezieht sich auf das Gefühl, der Ursprung des eigenen Handelns zu sein. Das beinhaltet auch Handeln aus eigenem Interesse, eigener Initiative oder gemäß den eigenen Werten. Codiert werden Aussagen, die sich auf die Auslösung aber auch Steuerung des eigenen Handelns beziehen. (Positiv: Grund für Handlung in Person selbst; Negativ: andere sagen, dass sie es machen soll). Hierbei muss der Bezug zum eigenen Selbst deutlich werden, z.B. durch "mich", "mein".	*Auf die eigenen Fragen zu mathematischen Prinzipien wurde nach der Übungsstunde auf Wunsch von mir eingegangen und unterstützend wurden hilfreiche Ratschläge von der Lehrperson gegeben.*
Soziale Eingebundenheit	Soziale Eingebundenheit bezieht sich auf Gefühle der Verbundenheit zu anderen, sich um andere zu kümmern und von anderen umsorgt zu werden und ein Gefühl des Dazugehörens zu haben. Codiert werden Aussagen darüber, ob sich die befragte Person von anderen Personen wahrgenommen und ernstgenommen fühlt, die ihr wichtig (im Sinne von nicht egal) sind.	*Freude empfinde ich oft in den Übungen, die Übungsleiter in Analysis und lineare Algebra sind sehr sympathisch und bemüht alle Fragen zu beantworten, uns Tipps zu geben und uns zu helfen, vor allem geben sie auch ihr Bestes uns immer zu motivieren.*