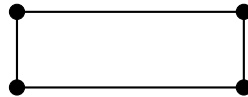


Aufgabe 1.1 (a) Bestimmen Sie alle Automorphismen dieses Graphens:



(b) Geben Sie einen Graphen G mit mindestens zwei Ecken an, der nur den trivialen Automorphismus besitzt, also $\text{Aut}(G) = \{\text{id}_G\}$.

Aufgabe 1.2 Gegeben seien die Permutationen $\pi_1, \pi_2, \pi_3 \in S_5$ mit

$$\pi_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 3 & 2 & 1 & 5 & 4 \end{pmatrix}, \quad \pi_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 5 & 4 & 2 & 3 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad \pi_3 = (2435).$$

(a) Stellen Sie π_1 und π_2 in Zykelschreibweise und π_3 in Abbildungsschreibweise dar.

(b) Bilden Sie die Kompositionen $\pi_1 \circ \pi_2, \pi_2 \circ \pi_1, \pi_1 \circ \pi_3, (\pi_1 \circ \pi_3)^{-1}$, jeweils in Zyklen- und in Abbildungsschreibweise (also acht Rechnungen).

Aufgabe 1.3 (a) Geben Sie $(\mathbb{Z}/10)^*$ an, also alle modulo 10 invertierbaren ganzen Zahlen zwischen 1 und 9. Stellen Sie die Gruppentafel für $(\mathbb{Z}/10)^*$ auf und vergleichen Sie die Ordnung der Gruppe mit $\varphi(10)$.

(b) Berechnen Sie $\varphi(720)$.

(c) Finden Sie alle $n \in \mathbb{N}$ mit $\varphi(n) = 16$.

Aufgabe 1.4 Finden Sie ein $x \in \mathbb{Z}$ mit $x \equiv 25 \pmod{48}$ und $x \equiv 6 \pmod{13}$.

Aufgabe 1.5 Eine Gruppe G heißt zyklisch, wenn sie von einem Element $g \in G$ erzeugt wird, d.h. $G = \{g^n \mid n \in \mathbb{Z}\}$. Welche der nachstehenden Einheitsgruppen sind zyklisch?

$$(\mathbb{Z}/8)^*, \quad (\mathbb{Z}/10)^*, \quad (\mathbb{Z}/11)^*, \quad (\mathbb{Z}/14)^*.$$