Mathematik II für Informatiker – SS 2018 **Übung 7**

Otto-von-Guericke Universität Magdeburg
Prof. Dr. David Ploog,
Dr. Michael Höding

Aufgabe 7.1 *Wir definieren den* hyperbolischen Sinus, Kosinus und Tangens *als*

$$\sinh(x) := \frac{e^x - e^{-x}}{2}, \qquad \cosh(x) := \frac{e^x + e^{-x}}{2}, \qquad \tanh(x) := \frac{\sinh(x)}{\cosh(x)}.$$

(a) Zeichnen oder plotten Sie $\sinh(x), \cosh(x), \tanh(x)$ *für* $x \in [-5, 5]$.

(b) Zeigen Sie, dass sinh *und* tanh *ungerade sind und* cosh *gerade ist.*

(c) Zeigen Sie $\cosh(x)^2 - \sinh(x)^2 = 1$ *("hyperbolischer Pythagoras").*

(d) Finden und beweisen Sie Additionstheoreme für die hyperbolischen Funktionen.

Aufgabe 7.2 *Fortsetzung von Aufgabe 7.1:*

(e) Stellen Sie Potenzreihenentwicklungen für $\sinh(x)$ *und* $\cosh(x)$ *auf.*

(f) Zeigen Sie $\cosh' = \sinh$, $\sinh' = \cosh'$ *und* $\tanh' = \dfrac{1}{\cosh^2}$.

(g) Lösen Sie die Differentialgleichung $y'' = y$, $y(0) = 3$, $y'(0) = 2$.

Aufgabe 7.3 *Gegeben sei* $f\colon \mathbb{R}_{>0} \to \mathbb{R}$ *mit* $f(x) = a \ln x + bx^2 + x$, *mit* $a, b \in \mathbb{R}$.

(a) Bestimmen Sie $a, b \in \mathbb{R}$ *so, dass* $f(x)$ *an den Stellen* $x_1 = 1$ *und* $x_2 = 2$ *Extremwerte besitzt.*

(b) Bestimmen Sie die Art der Extremwerte in Abhängigkeit von $a, b \in \mathbb{R}$.

Aufgabe 7.4 *Bestimmen Sie die Gleichung der Tangente an die Kurve*

$$f(x) = (1 + \sin 2x)^{2x+1}$$

an der Stelle $x_0 = 0$.

Aufgabe 7.5 *Zeigen Sie für* $x > 0$ *die Ungleichung* $\dfrac{x}{1+x} < \ln(1+x) < x$ *mit dem Mittelwertsatz der Differentialrechnung.*

Votierungswoche: 22.5. – 25.5.2018