

Aufgabe 8.1 Kurven-diskutieren Sie $\sinh(x) := \frac{e^x - e^{-x}}{2}$ und $\cosh(x) := \frac{e^x + e^{-x}}{2}$:

- (a) Extremstellen und Monotonieverhalten.
- (b) Wendepunkte und Krümmungsverhalten.
- (c) Asymptoten für $x \rightarrow \pm\infty$.

Nutzen Sie die Information aus (a), (b), (c) zusammen mit der Parität (\sinh ungerade, \cosh gerade), um die Graphen der Funktionen zu skizzieren.

Aufgabe 8.2 Bestimmen Sie die Taylorreihe der Funktion $f(x) = x^3 \ln \sqrt{x}$ im Punkt $a = 1$ und ermitteln Sie deren Konvergenzradius.

Aufgabe 8.3 (a) Bestimmen Sie das Taylorpolynom vom Grad 5 für $\sin(x)$ in $a = 0$.

- (b) Approximieren Sie damit $\frac{\pi}{12}$ und $\frac{5\pi}{12}$.
- (c) Schätzen Sie die Fehler mit Hilfe des Restgliedes ab.
- (d) Benutzen Sie das Sinus-Additionstheorem, um $\sin \frac{5\pi}{12}$ und $\sin \frac{\pi}{12}$ exakt zu berechnen.

Aufgabe 8.4 Für die Massenfertigung von Blechdosen mit 1,5 Litern Volumen sollen die Maße der Dosen optimiert werden: welcher Radius und welche Höhe liefern den geringsten Materialaufwand?

Aufgabe 8.5 Wir betrachten die Funktion

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x) = \begin{cases} e^{-1/x}, & x > 0 \\ 0, & x \leq 0 \end{cases}.$$

- (a) Bestimmen Sie die Ableitungen $f'(x)$, $f''(x)$, $f'''(x)$ für $x > 0$.
- (b) Zeigen Sie $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = 0$.
- (c) Zeigen Sie $\lim_{x \rightarrow 0^+} f'(x) = 0$.