

Aufgabe 12.1 Skizzieren Sie die Sägezahnfunktion $f(x) = \frac{\pi-x}{\pi}$ für $x \in [0, 2\pi]$ und $f(x+2\pi) = f(x)$ für alle $x \in \mathbb{R}$ und bestimmen Sie die Fourier-Reihe von f . Plotten Sie die ersten vier Näherungspolynome.

Aufgabe 12.2 Berechnen Sie die Fourier-Transformierte von $f(x) = \begin{cases} a - |x|, & |x| \leq a \\ 0, & |x| > a \end{cases}$ ($a \in \mathbb{R}_{>0}$) und skizzieren Sie $f(x)$ und $\hat{f}(\xi)$.

Aufgabe 12.3 Geben Sie die maximalen Definitionsbereiche $D \subseteq \mathbb{R}^2$ der folgenden Funktionen $f: D \rightarrow \mathbb{R}$ an und zeichnen Sie D jeweils:

$$(a) f(x, y) = \frac{xy}{x-y}$$

$$(b) f(x, y) = x + \sqrt{x^2 - y^2}$$

$$(c) f(x, y) = \frac{\tan(xy)}{x^2 - y^2}$$

Aufgabe 12.4 Bestimmen Sie die ersten partiellen Ableitungen von

$$(a) f(x, y) = \ln(x\sqrt{y})$$

$$(b) g(x, y) = x^y$$

$$(c) h(u, t) = \frac{2u-t}{u+2t}$$

$$(d) \varphi(a, b, \gamma) = \sqrt{a^2 + b^2 - 2ab \cos \gamma}$$

Aufgabe 12.5 Zeigen Sie, dass für die Funktion $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$,

$$f(x_1, x_2, x_3) = \sqrt{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2}$$

gilt:

$$\left(\frac{\partial f}{\partial x_1}\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial x_2}\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial x_3}\right)^2 = 1.$$