Mathematik II für Informatiker – SS 2018 **Übung 13**

Otto-von-Guericke Universität Magdeburg
Prof. Dr. David Ploog,
Dr. Michael Höding

Aufgaben 13.1+13.2 Skizzieren Sie die folgenden Teilmengen von $\mathbb{R}^2$ und geben Sie an, welche Eigenschaften diese (nicht) haben:

$$
\begin{aligned}
H &:= \{(x,y) \mid x > 2\},\\
L &:= \{(2t,3t) \mid t \in \mathbb{R}\},\\
K &:= \operatorname{conv}_{\mathbb{R}^2}((1,0),(-1,-1),(1,1),(0,2),(0,1)) \quad \text{(konvexe Hülle)},\\
P &:= \mathbb{R}^2 \setminus \{(0,0)\},\\
Q &:= (0,1) \times (0,1),\\
S^1 &:= \{(x,y) \mid ||(x,y)|| = 1\}.
\end{aligned}
$$

	$\mathbb{Z}^2$	$\mathbb{Q}^2$	$\mathbb{R}^2$	H	L	K	P	Q	S^1
konvex									
offen									
abgeschlossen									
dicht									
beschränkt									
kompakt									

Aufgabe 13.3 *Berechnen Sie alle partiellen Ableitungen zweiter Ordnung sowie die Hesse-Matrix für die Funktionen*

(a) $f(x,y) = \sin(x \cdot \sin(y))$,

(b) $g(x,y,z) = x^{y+z}$.

Aufgabe 13.4 *(a) Berechnen Sie den Gradienten der Funktion* $f_1 \colon \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}, f_1(x,y,z) = \sqrt{x^2+y^2+z^2}$ *an der Stelle* $(1,1,1)$.

(b) Bestimmen Sie die Richtungsableitung von $f_2 \colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}, f_2(x,y) = \ln(e^x + e^y)$ *in Richtung der Winkelhalbierenden des 1. Quadranten.*

Aufgabe 13.5 *Sei* $f \colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ *definiert durch* $f(x,y) = (y-x^2)(y-3x^2)$.

(a) Berechnen Sie den Gradienten von f *und zeigen Sie, dass dieser nur im Punkt* $(0,0)$ *verschwindet.*

(b) Zeigen Sie, dass die Hesse-Matrix $H_f(0,0)$ *positiv definit ist.*

Votierungswoche: 2.7. – 6.7.2018