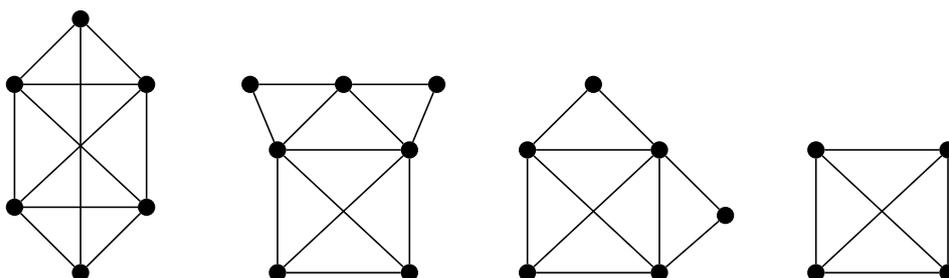


Übungsblatt 6

Wird in der Übung am Donnerstag, den 06.12.2018, besprochen.

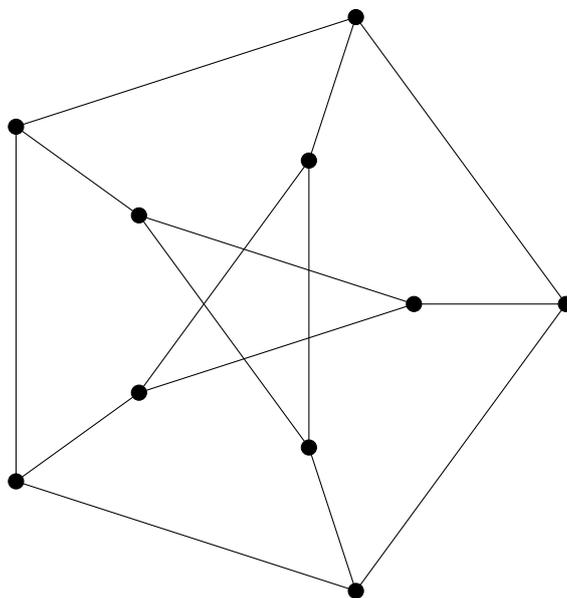
Aufgabe 6.1

Man finde, wenn möglich, einen Euler Weg in den folgenden Graphen:



Aufgabe 6.2

Man zeige, dass der Petersen-Graph nicht planar ist.



Der Petersen-Graph

(Bitte umblättern!)

Aufgabe 6.3

G sei ein planarer Graph auf n Punkten. Wir bezeichnen mit n_d die Anzahl der Punkte vom Grad höchstens d . Man beweise

$$n_d \geq \frac{n(d-5) + 12}{d+1}$$

Aufgabe 6.4

Man formuliere den Begriff „Graph des d -dimensionalen Würfels“ präzise und zeige, dass dieser Graph Hamiltonsch ist.

Hinweis: Man arbeite mit Induktion nach d .

Aufgabe 6.5 (Ore 1961)

G sei ein Graph mit $n \geq 3$ Punkten und m Kanten, für den

$$m \geq \frac{1}{2}(n-1)(n-2) + 2$$

gilt. Man zeige, dass G Hamiltonsch ist.

Hinweis: Man verwende Korollar 1 in 5.7.

Aufgabe 6.6

Man wähle eine konkrete simpliziale Zerlegung eines konkreten Dreiecks und schraffiere für eine konkrete, den Forderungen des Spernerschen Lemmas genügende Eckenmarkierung sämtliche guten Teildreiecke.

Aufgabe 6.7

Man löse die folgenden Rekursionen in \mathbb{R} .

- $h_n = 4h_{n-2}$, ($n \geq 2$); $h_0 = 0, h_1 = 1$.
- $h_n = h_{n-1} + 9h_{n-2} - 9h_{n-3}$, ($n \geq 3$); $h_0 = 0, h_1 = 1, h_2 = 2$.
- $h_n = 3h_{n-2} - 2h_{n-3}$, ($n \geq 3$); $h_0 = 1, h_1 = 0, h_2 = 0$.
- $h_n = 5h_{n-1} - 6h_{n-2} - 4h_{n-3} + 8h_{n-4}$, ($n \geq 4$); $h_0 = 0, h_1 = 1, h_2 = 1, h_3 = 2$.

(Bitte umblättern!)

Aufgabe 6.8

Man löse die folgenden Rekursionen in endlichen Körpern:

a) $h_n = h_{n-1} + h_{n-2} + h_{n-3}$, ($n \geq 3$); $h_0 = 1, h_1 = 0, h_2 = 0$ in \mathbb{F}_2 .

b) $h_n = 4h_{n-1} + 3h_{n-2} + 2h_{n-3}$, ($n \geq 3$); $h_0 = 2, h_1 = 1, h_2 = 1$ in \mathbb{F}_5 .

Aufgabe 6.9

Man bestimme die erzeugende Funktion für die Folge der Kubikzahlen

$$0, 1, 8, \dots, n^3, \dots$$

Aufgabe 6.10

Man zeige, dass für Stirling-Zahlen erster Art gilt:

a) $s(n, 1) = (n - 1)!$

b) $s(n, n - 1) = \binom{n}{2}$