Übungsblatt 7

Wird in der Übung am Mittwoch, den 12.12.2018, besprochen.

Aufgabe 7.1

Man schreibe $\binom{i+r}{i}$ als ein Polynom in $\mathbb{R}[i]$ und begründe damit, warum man im Hauptsatz zur Lösung linearer Rekursionsgleichungen in diesem Körper $\binom{i+r}{i}$ durch i^r ersetzen kann.

Aufgabe 7.2

Man bestimme die erzeugenden Funktionen der Folgen:

a) $c^0 = 1, c, c^2, \ldots, c^n, \ldots$

b) $1, -1, 1, -1, \ldots, (-1)^n, \ldots$

c) $\binom{\alpha}{0}, -\binom{\alpha}{1}, \binom{\alpha}{2}, \ldots, (-1)^n\binom{\alpha}{n}, \ldots,$ (wobei α eine reelle Zahl ist).

d) $1, \frac{1}{1!}, \frac{1}{2!}, \ldots, \frac{1}{n!}, \ldots$

e) $1, -\frac{1}{1!}, \frac{1}{2!}, \ldots, (-1)^n\frac{1}{n!}, \ldots$

Aufgabe 7.3

Man löse die folgende inhomogene lineare Rekursion:

$$h_n = h_{n-1} + 3n^2 - 3n + 1; h_0 = 0$$

Aufgabe 7.4

Man löse die folgenden inhomogenen linearen Rekursionen:

a) $h_n = 4h_{n-1} + 3 \cdot 2^n; h_0 = 1.$

b) $h_n = 6h_{n-1} - 9h_{n-2} + 2n; h_0 = 1, h_1 = 0.$

c) $h_n = 4h_{n-1} - 4h_{n-2} + 3n + 1; h_0 = 1, h_1 = 2.$

Aufgabe 7.5

Man löse die folgenden inhomogenen Rekursionen in endlichen Körpern:

a) $h_n = h_{n-3} + n - 1; h_0 = h_1 = h_2 = 0$ in $\mathbb{F}_3$.

b) $h_n = h_{n-1} + 3h_{n-3} + 2^n + 1; h_0 = 3, h_1 = 2, h_2 = 1$ in $\mathbb{F}_5$.