

Übungsblatt P-2

Präsenzübungen im Zeitraum 22.–26. April 2019

Aufgabe 1 (von Blatt H-1, keine Abgabe)

Untersuchen Sie, in welchem der folgenden metrischen Räume der Graph $y = |x|$ eine Gerade ist.

- (1) (\mathbb{R}^2, d_2) (2) (\mathbb{R}^2, d_1) (3) (\mathbb{R}^2, d_∞)

Hinweis: Wählen Sie zunächst drei Punkte des Graphen (bspw. $(-1, 1)$, $(0, 0)$ und $(1, 1)$) und überprüfen Sie in jedem Raum die Dreiecksungleichung (vgl. Skript, Lemma 1.6). Geben Sie ggf. die Isometrie von dem Graphen auf die reelle Gerade an.

Aufgabe 2

Im metrischen Raum (\mathbb{R}^2, d_2) seien die folgenden Punkte gegeben:

$$O = (0, 0), \quad P_1 = (1, -1), \quad P_2 = (1, 1), \quad P_3 = (1, 3).$$

- a) Zeigen Sie, dass die Dreiecke $\triangle OP_1P_2$ und $\triangle OP_2P_1$ kongruent sind.
b) Zeigen Sie, dass die Dreiecke $\triangle OP_1P_2$ und $\triangle OP_2P_3$ nicht kongruent sind.

Die folgenden Aufgaben beziehen sich auf die euklidische Ebene. Sie dürfen die auf Blatt H-2 zu zeigenden Aussagen sowie den folgenden (noch in der Vorlesung zu beweisenden) Satz nutzen:

Satz. *In einem beliebigen nicht-degenerierten Dreieck $\triangle XYZ$ haben die Winkelmaße $\angle XYZ$, $\angle YZX$ und $\angle ZXY$ dasselbe Vorzeichen.*

Aufgabe 3

Sei $\triangle XYZ$ ein gleichschenkliges Dreieck mit $d(Z, X) = d(Z, Y)$. Zeigen Sie, dass dann

$$\angle XYZ \equiv -\angle YXZ$$

gilt, indem Sie nacheinander die folgenden Zwischenschritte nachweisen:

- a) $\triangle ZXY \cong \triangle ZYX$
b) $\triangle XZY \cong \triangle YZX$
c) $\angle XYZ \equiv \pm\angle YXZ$
d) $\angle XYZ \equiv -\angle YXZ$

Aufgabe 4

Sei $\triangle XYZ$ ein Dreieck. Zeigen Sie, dass

$$\triangle X'Y'Z' \cong \triangle XYZ$$

ist, wenn

$$d(X, Y) = d(X', Y') \quad \text{und} \quad d(X, Z) = d(X', Z') \quad \text{und} \quad \angle(Y, Z) = \angle(Y', Z')$$

gilt, indem Sie folgende Zwischenschritte durchführen.

- a) Wählen Sie Z'' so, dass $\triangle X'Y'Z'' \cong \triangle XYZ$. Fertigen Sie eine Skizze an.
- b) Weisen Sie $\triangle X'Y'Z' \cong \triangle X'Y'Z''$ nach, indem Sie die beiden Dreiecke $\triangle Z'X'Z''$ und $\triangle Z'Y'Z''$ betrachten.