Übungsblatt 0

Abgabe: Dieses nullte Blatt dient dem Wiedereinstieg. Die ersten drei Aufgaben werden in der ersten Übungsgruppe gemeinsam gelöst und besprochen. Aufgaben 0.4 und 0.5 sind Bonusaufgaben. Sie können diese in der Vorlesung am Donnerstag den 5.4.2018 abgeben und Bonuspunkte erhalten.

Aufgabe 0.1

Seien

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 4 & 5 \\ 0 & 0 & 6 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 7 & 0 & 0 \\ 8 & 9 & 0 \\ 10 & 11 & 12 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

Berechnen Sie AB, BA, CAB, CBA, ABC und ACB.

Aufgabe 0.2

Welche der folgenden Matrizen $M_i \in \mathrm{Mat}(3 \times 3, \mathbb{Q})$ sind invertierbar und was ist gegebenenfalls die inverse Matrix?

$$M_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}, \quad M_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad M_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 0.3

Sei $F_\alpha : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ die lineare Abbildung die den $\mathbb{R}^2$ um einen Winkel α im mathematisch positiven Sinne (d.h. gegen den Uhrzeigersinn) rotiert.

- Bestimmen Sie die Abbildungsmatrix von F.
- Aus der Definition folgt, dass $F_\alpha \circ F_\beta = F_\beta \circ F_\alpha$. Überprüfen Sie diese Tatsache anhand der Abbildungsmatrix.

(Bitte umblättern!)

Aufgabe 0.4

In Lineare Algebra I wurde folgende Aufgabe gestellt. *Sei G eine Gruppe in der für jedes Element $g \in G$ gilt $g^2 = e$. Zeigen Sie, dass G eine abelsche Gruppe ist.* Es wird dazu folgende Lösung eingereicht:

$ghgh = e$
$ghg = h$
$gh = hg$

Entscheiden Sie, ob die Aufgabe gelöst ist, begründen Sie ihre Antwort und vergeben Sie $0, \frac{1}{2}$ oder 1 Punkt.

Aufgabe 0.5

Welche der folgenden Behauptungen sind wahr? Geben Sie nur knappe Begründungen ohne lange Rechnungen an.

1. Sei V ein Vektorraum und $\mathcal{A}_1, \mathcal{A}_2 \subset V$ zwei jeweils linear unabhängige Mengen gleicher Kardinalität. Dann gibt es genau eine lineare Abbildung die $\mathcal{A}_1$ auf $\mathcal{A}_2$ abbildet.
2. Sei K ein Körper. Das unbestimmte Integral $\int : K[t] \to K[t]$ ist ein Endomorphismus des Polynomrings (aufgefasst als K-Vektorraum).
3. Es gibt eine surjektive Abbildung $A : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ für die gilt $\dim \ker(A) \geq 1$.
4. Die Klausur zu Lineare Algebra I war leicht.
5. $(A \Rightarrow B) \Leftarrow (\neg B \Rightarrow \neg A)$.