

Klausur Grundkurs Mathematik für Wirtschaftswissenschaft

- Es gibt 5 Aufgaben.
- Jede Aufgabe ist 10 Punkte wert. Die Punkte pro Teilaufgabe sind auf dem Klausurblatt notiert.
- Als Hilfsmittel sind zugelassen:
 - Ein beidseitig beschriebenes oder bedrucktes DIN-A4 Blatt.
- Mobiltelefone müssen ausgeschaltet sein!
- Es müssen dokumentenechte Stifte benutzt werden (keine Bleistifte).
- Bei der Bearbeitung der Aufgaben muss der Lösungsweg klar erkennbar sein. Das Ergebnis allein kann nicht gewertet werden.
- Benutzen Sie bitte für jede Aufgabe eine neue Seite im Klausurheft.
- Tragen Sie die auf dem Klausurheft gefragten Daten zu Ihrer Person ein und versehen die Formelsammlung mit Ihrem Namen.
- Das Aufgabenblatt und die Formelsammlung sind mit dem Klausurheft abzugeben.
- Beachten Sie auch die Hinweise auf den von der Fakultät für Wirtschaftswissenschaft ausgegebenen Platzzetteln.
- **Notieren Sie unbedingt auf dem Klausurheft, ob Sie zur Gruppe A oder Gruppe B gehören!**

Viel Erfolg!

Klausur Grundkurs Mathematik für Wirtschaftswissenschaft

11.07.2014, Gruppe A

- (1) (a) Für welche Parameter $\lambda \in \mathbb{R}$ besitzt das lineare Gleichungssystem

$$\begin{aligned}x_1 + x_3 &= 0 \\x_2 - x_3 &= 1 \\ \lambda x_3 &= -1\end{aligned}$$

- i) keine Lösung,
- ii) genau eine Lösung,
- iii) unendlich viele Lösungen.

Begründen Sie Ihre Antwort! (6 Punkte)

- (b) Begründen Sie, warum die folgende Matrix nicht den Rang 5 hat: (4 Punkte)

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 & -1 & 5 & 4 \\ 0 & 3 & -3 & 1 & 2 \\ 1 & 3 & -1 & 5 & 4 \\ 2 & 2 & -1 & -9 & 5 \\ 1 & -1 & 7 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

- (2) (a) Ein Kapital von €5000 wird mit jährlich 5% verzinst. Nach wie vielen Jahren $n \geq 0$ wird bei einer Verzinsung ohne Zinseszins das gleiche Kapital erreicht wie bei einer Verzinsung mit Zinseszins. Begründen Sie Ihre Antwort. (5 Punkte)

- (b) Bei welcher der folgenden Varianten haben Sie nach drei Jahren mehr Geld:

Variante A: Ein Kapital wird erst ein Jahr mit $p\%$ verzinst, dann wird ein Jahr auf die Zinsen verzichtet, dann werden nochmal ein Jahr $p\%$ Zinsen gezahlt (mit Zinseszins).

Variante B: Keine Zinsen im ersten und dritten Jahr, aber $2p\%$ Zinsen im 2. Jahr.

Begründen Sie Ihre Antwort! (5 Punkte)

- (3) (a) Gegeben sei eine Funktion

$$f(x) = \sqrt{\frac{3x-2}{3-2x}} - 2.$$

Bestimmen Sie den größtmöglichen Definitionsbereich dieser Funktion. (7 Punkte)

- (b) Welche der folgenden Funktionen sind gerade Funktionen (d.h. $f(x) = f(-x)$), welche sind ungerade (d.h. $f(x) = -f(-x)$) und welche sind weder gerade noch ungerade: (3 Punkte)

- i) $f_1(x) = |x-1| + |x+1|$,
- ii) $f_2(x) = x \cdot \sin(x)$,
- iii) $f_3(x) = x + 2$.

- (4) (a) Bestimmen Sie die Umkehrfunktion von

$$f(x) = e^{x^2+1},$$

wobei $f(x)$ nur für $x \geq 0$ definiert wird. Geben Sie dabei auch explizit den maximalen Definitionsbereich der Umkehrfunktion an. **(6 Punkte)**

- (b) Gegeben sei eine Funktion $g(x)$ sowie deren Umkehrfunktion $g^{-1}(x)$. Drücken Sie die Umkehrfunktionen $f_i^{-1}(x)$ der folgenden zwei Funktionen mit Hilfe von $g^{-1}(x)$ aus: **(4 Punkte)**

i) $f_1(x) = g(x + a)$,

ii) $f_2(x) = a \cdot g(x)$.

- (5) Berechnen Sie die folgenden Grenzwerte oder begründen Sie, warum kein Grenzwert existiert. Geben Sie gegebenenfalls auch uneigentliche Grenzwerte ($\pm\infty$) an:

(10 Punkte)

(a) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n - 1}{2^n}$,

(b) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 + 2}{3n^3 + 1}$,

(c) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(-1)^n(n - 1)^2}{n^2 + 2}$,

(d) $\lim_{n \rightarrow \infty} 8^{\frac{2n}{3n+1}}$,

(e) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^4 + n^2 + 2}{3n^3 + 1}$.