

Aufgabe 13.1

Bestimmen Sie die allgemeine Lösung folgender Differentialgleichungen mit Hilfe der Variation der Konstanten:

(a) $y'(x) - \frac{3y}{x} = x$,

(b) $xy'(x) + y(x) = \ln x + 1$.

Aufgabe 13.2 Lösen Sie folgendes Anfangswertproblem:

$$t^2 \cdot s'(t) = 2 \cdot t \cdot s(t) - 3 \text{ mit } s(-1) = 1.$$

Aufgabe 13.3

Gegeben sei die Differentialgleichung $x^2 y'' + 5xy' + 4y = 0$ mit der allgemeinen Lösung $y = C_1 \cdot \frac{1}{x^2} + C_2 \cdot \frac{\ln x}{x^2}$.

(a) Zeigen Sie die lineare Unabhängigkeit der Lösungen $y_1 = \frac{1}{x^2}$ und $y_2 = \frac{\ln x}{x^2}$.

(b) Bestätigen Sie die allgemeine Lösung.

Aufgabe 13.4 Lösen Sie folgende Differentialgleichungen:

(a) $y'' + 2ay' + a^2y = 0$ mit $a \in \mathbb{R}$,

(b) $s''(t) + 2s'(t) + 2s = 0$ mit $s(0) = 1$ und $s'(0) = 1$,

(c) $\frac{d^2x}{dt^2} + 3\frac{dx}{dt} - 4x = 0$.

Aufgabe 13.5 Lösen Sie folgendes Anfangswertproblem $y''' + y'' + 8y' = 10y$ mit $y(0) = 2$, $y'(0) = 4$ und $y''(0) = -67$.