Mathematik I WS 2019/2020 **Übung 4**
OvG-U Magdeburg
Prof. Dr. Thomas Kahle, Dr. Michael Höding

Aufgabe 4.1 *Gegeben sind* $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ *und*

$$\begin{array}{ll} f_1 : A \to \mathbb{N}, & f_1(x) = 3x - 1; \\ f_2 : A \to \mathbb{N}, & f_2(x) = x^2 - 6x + 10; \\ f_3 : A \to \{1, 2, 5\}, & f_3(x) = x^2 - 6x + 10; \\ f_4 : A \to \{2, 5, 8, 11, 14\}, & f_4(x) = 3x - 1. \end{array}$$

(a) *Welche der Abbildungen sind surjektiv, injektiv oder bijektiv?*

(b) *Geben Sie, wenn möglich, die Umkehrabbildungen für alle Abbildungen und Kompositionen, die Abbildungen sind, an.*

Aufgabe 4.2 *Untersuchen Sie, ob die folgenden Abbildungen* $f \colon A \to B$ *injektiv, surjektiv oder bijektiv sind.*

(a) $A = \{x \in \mathbb{R} | 0 \leq x \leq 1\}, B = \{y \in \mathbb{R} | -\frac{1}{8} \leq y \leq 1\}, f(x) = 2x^2 - x$

(b) $A = \{x \in \mathbb{R} | 1 \leq x \leq 2\}, B = \{y \in \mathbb{R} | 1 \leq y \leq 3\}, f(x) = |x|$

(c) $A = \{x \in \mathbb{R} | -1 \leq x \leq 1\}, B = \{y \in \mathbb{R} | 0 \leq y \leq 1\}, f(x) = |x|$

(d) $A = \{x \in \mathbb{R} | 0 \leq x \leq 6\}, B = \{y \in \mathbb{R} | -1 \leq y \leq 1\}, f(x) = \sqrt{x - 5}$

(e) *Sei* M *eine beliebige Menge,* $A = B = P(M)$ *ihre Potenzmenge. Für* $Q \in P(M)$ *sei* $f(Q) = M \setminus Q$*.*

Aufgabe 4.3 *Ein Konferenzhotel für Mathematiker hat genau* $\mathbb{N}$ *(d. h. unendlich viele mit natürlichen Zahlen nummerierte) Betten. Das Hotel ist bereits voll belegt, aber die Mathematiker lassen sich nach Belieben innerhalb des Hotels umquartieren. Das Hotel soll aus wirtschaftlichen Gründen stets voll belegt sein, und wenn möglich, sollen alle neu ankommenden Gäste untergebracht werden. Was macht man in folgenden Fällen?*

i) *Ein weiterer Mathematiker trifft ein.*

ii) *Die Insassen eines Kleinbusses mit* $n \in \mathbb{N}$ *Plätzen suchen Unterkunft.*

iii) *Ein Großraumbus mit* $\mathbb{N}$ *Personen kommt an.*

iv) n *Großraumbusse treffen ein.*

v) $\mathbb{N}$ *Großraumbusse fahren vor.*

Hinweis: Lesen Sie für die letzte Teilaufgabe zunächst den Wikipedia Artikel "Cantors erstes Diagonalargument".

Aufgabe 4.4 *Zeigen Sie, dass* $|\mathbb{Z}| = |\{2m+1 : m \in \mathbb{N}\}|$.

Aufgabe 4.5 *Gegeben seien die Menge* $M = \{1, 2, 3, 4\}$ *und die binäre Relation* $R \subset M \times M$ *auf der Menge* M *mit*

$$R = \{(1,1),\ (1,2),\ (2,1),\ (2,2),\ (2,3),\ (x,y),\ (4,4)\}.$$

(a) Bestimmen Sie x, y *so, dass die Relation* R *nur reflexiv und nicht symmetrisch und transitiv wird.*

(b) Bestimmen Sie x, y *so, dass die Relation* R *nur symmetrisch und nicht reflexiv und transitiv wird.*

(c) Bestimmen Sie x, y *so, dass die Relation* R *nur transitiv und nicht reflexiv und symmetrisch wird.*

Votierungswoche: 11.11. - 15.11.2018