Mathematik I WS 2019/2020 **Übung 6**

OvG-U Magdeburg
Prof. Dr. Thomas Kahle, Dr. Michael Höding

Aufgabe 6.1 *Gegeben sei die partielle Ordnung* $(A = \{\triangle, \triangledown, \square, \lozenge\}, R)$ *mit* $R = \{(\triangle,\triangle), (\triangledown,\triangledown), (\square,\square), (\lozenge,\lozenge), (\triangle,\triangledown), (\triangle,\square), (\triangledown,\lozenge), (\triangle,\lozenge), (\square,\lozenge)\}$).

(a) *Zeichnen Sie das Hasse-Diagramm von* (A, R).

(b) *Untersuchen Sie, ob es sich bei* (A, R) *um einen Verband handelt.*

Aufgabe 6.2 *Beweisen Sie*

(a) $\sum_{k=0}^{n} (-1)^k \binom{n}{k} = 0$ *für alle* $n \in \mathbb{N}$,

(b) $\binom{n+1}{k+1} = \sum_{m=k}^{n} \binom{m}{k}$ *für alle* $k, n \in \mathbb{N}_0$ *mit* $k \leq n$.

Aufgabe 6.3 *Bestimmen Sie*

(a) *die Anzahl der binären (also aus Null und Eins bestehenden) Zeichenketten, die genau* n *Nullen und* k *Einsen beinhalten.*

(b) *die Anzahl der binären Zeichenketten der Länge* n*, in denen nie zwei Einsen nebeneinander stehen.*

Aufgabe 6.4 *Berechnen Sie mit Hilfe des Euklidischen Algorithmus den größten gemeinsamen Teiler* $\mathrm{ggT}(a, b)$ *und geben Sie die Bézout Koeffizienten an von:*

i) $a = 173166$ *und* $b = 60822$,

ii) $a = 5603373$ *und* $b = 92911743$.

Aufgabe 6.5 *Bestimmen Sie ein* $x \in \mathbb{Z}$ *welches alle der folgenden Kongruenzen erfüllt.*

$$\begin{aligned} x &\equiv 1 \mod 2 \\ x &\equiv 2 \mod 3 \\ x &\equiv 3 \mod 5 \\ x &\equiv 4 \mod 7 \end{aligned}$$

Tipp: Die erste Kongruenz sagt Ihnen, dass x *von der Form* $x = 2k + 1$ *ist. Welche Bedingung an* k *können Sie aus der zweiten Kongruenz ableiten? usw.*

Votierungswoche: 25.11. - 29.11.2019