

Aufgabe 8.1 Berechnen Sie z und stellen Sie es in der Form $a + bi$ dar:

$$(a) \quad z = (\cos 40^\circ + i \sin 40^\circ)^7, \quad (b) \quad z = (1 - i\sqrt{3})^5,$$

$$(c) \quad z = \sqrt[3]{8(\cos 150^\circ + i \sin 150^\circ)}.$$

Aufgabe 8.2 Formulieren Sie einen Algorithmus, der eine gegebene Matrix $A \in K^{m \times n}$ in Zeilenstufenform überführt. Tipp: Nutzen Sie einen rekursiven Algorithmus, der sich selbst für eine Matrix mit weniger Zeilen und Spalten wieder aufruft.

Aufgabe 8.3 Geben Sie alle Lösungen des folgenden Gleichungssystems über \mathbb{R} an:

$$\begin{array}{rcccccc} x_1 & + & 3x_2 & + & 5x_3 & + & 2x_4 & & & = & 1 \\ 3x_1 & + & 9x_2 & + & 10x_3 & + & x_4 & + & 2x_5 & = & 0 \\ & & 2x_2 & + & 7x_3 & + & 3x_4 & - & x_5 & = & 3 \\ 2x_1 & + & 8x_2 & + & 12x_3 & + & 2x_4 & + & x_5 & = & 1 \end{array}$$

Aufgabe 8.4 Gegeben sei das folgende lineare Gleichungssystem (LGS) über \mathbb{R} mit den Parametern $a, b \in \mathbb{R}$:

$$\begin{array}{rcccc} x & + & 3y & - & 2z & = & -4 \\ 2x & + & y & + & z & = & 2 \\ x & + & 2y & + & az & = & -b \end{array}$$

Untersuchen Sie, für welche Werte von a und b das LGS genau eine, keine bzw. unendlich viele Lösungen hat.

Aufgabe 8.5 Sei

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 4 \\ 1 & 4 & 3 \\ 2 & 3 & 2 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Geben Sie die Lösungen von $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ an, wobei

- i) die Koeffizienten von $A, \mathbf{x}, \mathbf{b}$ in \mathbb{R} liegen,
- ii) die Koeffizienten von $A, \mathbf{x}, \mathbf{b}$ in \mathbb{Z}_3 liegen.